# Identificación de patrones de desplazamiento a partir del análisis de trayectorias usando clustering jerárquico y grafos bi-partitos.

Proyecto integrador para acceder al Título de Especialista en Explotación de Datos y Descubrimiento del Conocimiento.

Presentado por: Alvaro Andrés Vélez Díaz avelezd@gmail.com

Dirigido por: Marcelo Soria

### Resumen

Este documento describe los métodos aplicados para la identificación de patrones de desplazamiento dentro de una ciudad, el análisis se concentra en los servicios o viajes con pasajeros realizados por un grupo de taxis dentro de la ciudad Porto en Portugal como una manera de entender cuáles son las áreas de mayor interés dentro de la ciudad y como se desplaza la población entre ellas, dependiendo del tipo de día y la hora. Se aplicó un análisis de clustering jerárquico para determinar cuáles eran las zonas geográficas desde las cuales se generaban la mayor cantidad de viajes, después algunas técnicas de visualización permitieron identificar con precisión dónde, cómo y a qué hora éstas zonas conocidas como hotspots se unen para formar hubs o áreas de alta movilidad, por último se modeló la relación entre los hubs de inicio y fin de los viajes usando un grafo bipartito con el fin de determinar patrones o hábitos de viajes. Las conclusiones apuntan a describir características de los patrones identificados y discutir posibles formas de determinar los motivos por los cuales estas zonas generan un alto interés.

Palabras Clave: patrones de desplazamiento, trayectorias, clustering jerárquico, hotspot, hubs, grafo bipartito, servicio, GPS.

### 1. Introducción

Nos acercamos al final de la segunda década del siglo XXI, es muy común hoy encontrar dispositivos móviles que incluyen chips con la capacidad de obtener información del Sistema de Posicionamiento Global¹ con gran facilidad y en distintos formatos; diferentes grupos de investigadores han encontrado en estos datos un recurso muy importante para entender patrones de comportamiento en poblaciones analizando las trayectorias² descritas por cada uno los individuos que la componen, hoy es posible analizar desde el rendimiento de los equipos de fútbol a partir del análisis de los movimientos de los jugadores dentro de la cancha[3] hasta analizar el impacto que tienen las características del uso del suelo sobre el funcionamiento de medios de transporte público dentro de una ciudad[4].

Las áreas urbanas³ se han convertido en uno de los entornos más complejos en los que se desarrolla la movilidad de personas[6] y debido a su constante crecimiento han desarrollado sistemas complejos de transporte. Identificar los lugares que generan mayor interés dentro de la población y determinar las características que generan dicho interés, es un tema ampliamente estudiado al momento de escribir este documento pues ésta información es muy importante para soportar la toma de decisiones sobre diferentes temas que pueden ir desde lanzar campañas publicitarias sobre un producto o servicio, hasta determinar el mejor lugar para construir obras que beneficien a la mayor parte de la población o a aquella que más lo necesita.

La mayor cantidad de información acerca de las trayectorias descritas por la población en un área urbana proviene de los sistemas públicos de transporte, para Xu Li y su equipo, las trayectorias registradas por un grupo de taxis y buses dentro de la ciudad de Shanghái en China, fueron fundamentales para identificar información relevante a partir de la cual desarrollaron dos algoritmos que asocian puntos georreferenciados con las calles de la ciudad, esto les permitió modelar un sistema vial muy complejo propio de una de las ciudades más pobladas del mundo[8] y así analizar los patrones de desplazamiento que describe la población[9]. Los datos de trayectorias generados por medios de transporte público que no tienen

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>El Sistema de Posicionamiento Global (en inglés, GPS: Global Positioning System) es un sistema que permite determinar en toda la Tierra la posición de un objeto (una persona, un vehículo) con una precisión de hasta centímetros. El sistema fue desarrollado, instalado y empleado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos.[1]

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Una trayectoria se define como el camino que sigue un objeto provisto de masa mientras se encuentra en movimiento a través de un espacio en función del tiempo.[2]

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>El término Área Urbana se refiere a un asentamiento humano con alta densidad de población y una infraestructura de ambiente construido. Las áreas urbanas se crean a través de la urbanización y se clasifican por su morfología urbana como ciudades, pueblos, conurbaciones o suburbios.[5]

una ruta predefinida o previamente establecida, como por ejemplo taxis y bicicletas, proveen más información acerca del comportamiento de la población que aquellos con recorridos fijos como trenes y buses, uno de los problemas más comunes en este tipo de sistemas sin rutas predefinidas es la dificultad de mantener el equilibrio entre los vehículos disponibles en un momento determinado y la demanda de servicios por parte de los usuarios.

Investigadores de la universidad de Cornell analizaron las trayectorias registradas por las bicicletas del servicio de bike-sharing en la ciudad de Nueva York, para determinar los lugares donde se deberían agregar nuevos puntos de bicicletas que permitan mantener el sistema activo durante las horas de mayor demanda[10]. En el caso de los taxis, el desbalance del sistema se trata de manera diferente, pues la responsabilidad de balancear nuevamente el sistema recae sobre los conductores de taxi. La investigación liderada por Luis Moreira-Matias, presenta una novedosa metodología que le permite a los conductores de taxi, luego de terminar de transportar un pasajero, saber a dónde deben dirigirse para iniciar un próximo servicio en el menor tiempo posible[11].

Este análisis examina las variaciones de las preferencias de viajes que describe la población dependiendo del tipo de día y la hora en que se inicia el viaje. El conjunto de datos utilizado se refiere a las trayectorias descritas por cerca de 400 taxis de la ciudad de Porto en Portugal mientras transportaban pasa jeros, estos datos fueron recolectados entre Julio de 2013 y Junio de 2014 y forman parte del conjunto de datos analizado por Moreira[11]. Sobre una muestra de datos se aplicó una técnica clustering jerárquico aglomerativo<sup>4</sup> para determinar las zonas geográficas desde las cuales se iniciaron la mayor cantidad de viajes, a estas zonas se les refiere en el documento como hotspots, éste término se ha usado en investigaciones previas como las de Marjan[13] y Chang[14] para referirse a zonas con características similares. El mapa de la ciudad de Porto fue segmentado en una cuadrícula que permitió agrupar los hotspots y definir zonas más grandes e identificables en el tiempo, a las cuales se les refiere como hubs debido a que cada uno permite agrupar no sólo los viajes que inicia sino también los viajes que recibe como destino, luego se usó una matriz Origen-Destino para registrar hacia dónde se dirigían con mayor frecuencia los viajes que se iniciaban en cada hub teniendo en cuenta la hora, finalmente un grafo bipartito permitió modelar los patrones de desplazamiento por tipo de día y cómo varían estos patrones durante un periodo de tiempo en el que el sistema se aproxima a su capacidad máxima.

En el apartado de conclusiones se analizan los resultados obtenidos por los experimentos aplicados y se plantean ideas para desarrollar trabajo futuro enfocado en determinar las características que puedan describir el interés entre la población.

# 2. Objetivos

- Identificar los hotspots o zonas desde las cuales se generan más viajes.
- Describir dónde y a qué hora los hotspots se unen para formar hubs o áreas de alta movilidad.
- Identificar los patrones de desplazamiento que se definen entre los hubs.

# 3. Metodología

El conjunto de datos analizado contiene las trayectorias descritas por un grupo de 442 taxis mientras transportaban pasajeros dentro de la ciudad de Porto en Portugal, la recolección se realizó entre el 1 de Jjulio de 2013 hasta el 30 de Junio de 2014, las coordenadas de

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Los algoritmos de clustering jerárquico pueden ser descendente(top-down) o ascendente (bottom-up). Los algoritmos ascendentes tratan cada documento como un solo cluster al principio y luego agrupan sucesivamente (o aglomeran) pares de clusters hasta que todos se hayan fusionado en un solo cluster que contenga todos los documentos.[?]hac).

estos puntos están expresadas en formato WGS $84^5$ , el siguiente gráfico muestra cómo están distribuidos los datos:

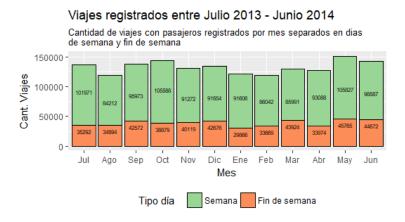


Figura 1: Viajes por mes por tipo de día.

Esta investigación parte de la hipótesis que afirma que los patrones de desplazamiento reciben una gran influencia por parte tipo de día y la hora en que se inician los viajes, mientras que otras características como el mes o el volumen de viajes los afectan en menor medida, por esta razón se eligieron los registros de los meses de Agosto de 2013 y Mayo de 2014, debido a que estos presentan una mayor diferencia en la cantidad de viajes con pasajeros. Previamente se eliminaron del conjunto de datos los registros que tenían tramas de GPS incompletas, registros con datos faltantes y aquellos viajes con duración menor a 1,5 minutos o mayor a 30 minutos debido a que no aportan información relevante para esta investigación.

Mes	Semana	Fin de semana	Total
Agosto 2013	84212	34894	119106
Mayo 2014	105827	45765	151592

Tabla 1: Cantidad de viajes registrados por mes por tipo de día.

Se validó que existiera un comportamiento similar entre los tipos de días, es decir que los días que componen el tipo de días de semana se comporte de alguna manera similar que lo diferencie de los días de tipo fin de semana.

 $<sup>^5 \</sup>rm El$  Sistema Geodésico Mundial (en inglés, WGS: World Geodetic System) es un estándar usado con frecuencias en cartografía, geodesia y navegación por satélite, incluido el GPS. La última revisión es WGS 84 (también conocido como WGS 1984, EPSG:4326), establecido en 1984 y revisado por última vez en 2004..[15]

### Distribución de cantidad de viajes por hora del día

Variaciones en la cantidad de viajes realizados en Agosto 2013 y Mayo 2014 según del día de la semana y la hora del día

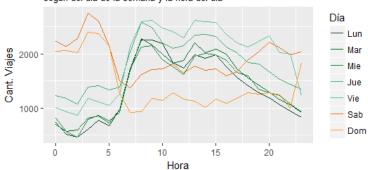


Figura 2: Distribución de viajes.

La figura 2 muestra que cada día tiene comportamientos particulares, sin embargo los días tipo *semana* (de lunes a viernes) presentan comportamientos similares entre ellos, lo mismo ocurre para los diás tipo *fin de semana*(sábado y domingo).

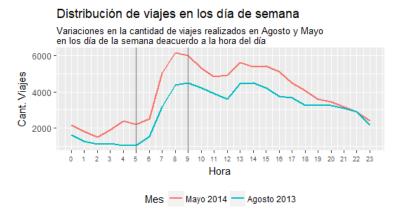


Figura 3: Cantidad de viajes por hora para los días de semana agrupados por mes.

La figura 3 muestra un comportamiento similar en ambos meses para los días tipo semana con algunas diferencias en el volumen de viajes en cada uno de los meses, en ésta figura se señalan adicionalmente las horas en las que el sistema presenta el mayor nivel de ocupación. El mismo análisis se aplicó para los días tipo fin de semana.

### Distribución de viajes en los días del fin de semana



Figura 4: Cantidad de viajes por hora para los días de fin de semana agrupados por mes.

La figura 4 muestra que los días tipo fin de semana presentan un comportamiento similar en ambos meses, nuevamente se puede ver la diferencia en el volúmen de viajes que se considera normal debido a la diferencia en la cantidad de registros entre ambos meses.

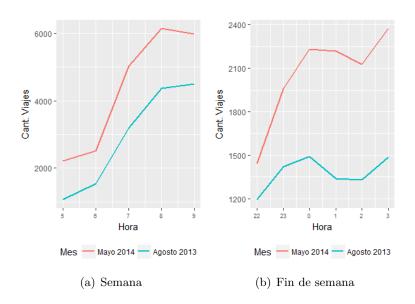


Figura 5: Rangos de horas seleccionados.

Se seleccionaron los rangos de horas en los que el sistema pasa de niveles de ocupación normales hasta su nivel máximo de ocupación:

- semana: desde las 5 horas hasta las 9 horas.
- fin de semana: desde las 22 horas hasta las 3 horas.

Éstas horas definen un interés general de la población en desplazarse, conocer los lugares hacia los cuales les interesa desplazarse es uno de los objetivos de ésta investigación.

	Mes	Semana	Fin de semana	Total
-	Ago-13	8291	4664	12955
	May-14	13542	7311	20853

Tabla 2: Muestra de datos analizada segmentada por tipo de día.

El conjunto de datos se redujo considerablemente luego de la elección inicial de datos, además se evidenció que efectivamente las personas están siguiendo patrones de desplazamiento diferentes dependiendo del tipo de día, por lo menos en cuanto a las horas en las que se ocupa el sistema.

Inicialmente esta investigación se enfocó en descubrir aquellos puntos o *spots* que son atractivos para la población y que por lo tanto visita con mayor frecuencia, un spot se puede describir como un lugar en el mapa alrededor del cual se inician o terminan viajes frecuentemente como por ejemplo centros comerciales, restaurantes, edificios de oficinas, centros de atención médica, centrales de transporte, entre otros.

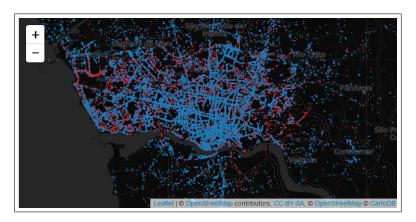


Figura 6: Puntos de inicio (azul) y final (rojo) de viajes en días tipo semana en Agosto.

En el conjunto de datos cada trayectoria está almacenada como una lista de pares latitudlongitud, las mediciones se tomaron cada 1.5 segundos, se considero como punto de inicio de viajes el primer registro de esta lista y como final de viaje al último registro. La figura 6 muestra todas las coordenadas de inicio y fin para un solo tipo de día en un solo mes, a simple vista es muy complicado identificar cuales son los spots atractivos debido al gran volúmen de objetos graficados.

Los punto que describe el inicio o el final de un viaje se repiten pocas veces, la generación de estos punto involucra un nivel aleatoriedad que debe ser considerado, por ejemplo, aunque un grupo de taxis inicien viajes desde el mismo spot, las coordenadas de inicio van a tener ciertas diferencias ya que por intervención del azar algunos taxis se habrán detenido unos metros antes, unos metros después o incluso en una calle cercana.

Cada spot cuenta con un nivel de atracción definido por la cantidad de viajes iniciados a su alrededor, se usó una técnica de clustering como método exploratorio para determinar cuáles grupos de coordenadas correspondían a los mismos lugares o a sus alrededores, de manera que pudieran describir la presencia de un spot. Se definió aplicar una técnica de tipo aglomerativo debido a que no se tenía información previa de la cantidad de grupos que podían existir dentro del conjunto de datos, además este tipo de técnicas están basadas en conectividad de objetos, por lo que consideran que los objetos más cercanos son más parecidos entre sí, este tipo de técnicas se han aplicado de igual manera en investigaciones similares como la de Yue[20] en la cual se buscan patrones de desplazamiento entre zonas atractivas en la ciudad de Shangai en China.

Se separó el conjunto de datos por mes y por tipo de día, luego se calculó una matriz de distancia para cada hora. Para medir las distancias entre dos objetos se usó la fórmula Haversine[16], ésta se usa para determinar la distancia más corta entre dos puntos ubicados en una esfera dadas su longitud y latitud, para este análisis se consideró la tierra como una gran esfera de radio 6371 km<sup>6</sup> teniendo en cuanta las recomendaciones de la International

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>El radio de la Tierra se expresa como la distancia desde su centro aproximado hasta un punto en su superficie, por lo general se usa el nivel del mar para determinar este punto. La superficie de la Tierra está representada por

Astronomical Union[18]. Cuando la fórmula Haversine se aplica sobre puntos situados en la superficie terrestre, la distancia mínima entre estos puntos se conoce como Great Circle Distance.[19]

Como método para determinar la pertenencia a un cluster se usó vecino más cercano, para medir la distancia entre clusters se usó la distancia Euclídea ya que no solo se ajustaba bien a las necesidades del problema sino que también mantiene el formato de los datos calculado en la matriz de distancia.



Figura 7: Clusters de inicios de viajes en días de semana en Mayo.

La figura 5 muestra los clusters obtenidos tras analizar una hora de inicio de viajes, se definió que 100 mts era la distancia mínima entre objetos del mismo cluster ya que esto generaba clusters más agrupados alrededor de un punto.

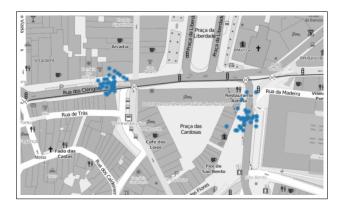


Figura 8: Muestra de separación de puntos.

Una vez se identificaron los spots, se eligieron aquellos con mayor actividad o que generaban mayor cantidad de viajes, a estos puntos se les definió como *hotspots* que básicamente son los clusters que agruparon más de 20 objetos, en otras palabras lugares desde los cuales se iniciaron como mínimo 20 viajes en una hora, la siguiente lista muestra la cantidad de hotspots que se generaron para cada hora durante los días tipo semana:

un elipsoide idealizado teniendo en cuenta que el planeta no es una esfera perfecta.[17]

Mes	Hora	Cant. hotspots
	5	7
	6	13
Agosto	7	34
	8	46
	9	45
	5	18
	6	27
Mayo	7	52
	8	54
	9	49

Tabla 3: Cantidad de hotspots generados por hora en los días tipo semana.

La tabla 3 muestra un aumento en la cantidad de hotspots generados a medida que van avanzando las horas, esto parece bastante lógico porque también va aumentando la cantidad de viajes por lo que es más normal encontrar cada vez más viajes que inicien desde puntos próximos, un resultado interesante de este análisis es que la hora que registra más viajes no es la que registra el mayor número de hotspots generados, lo cual sugiere que la creación de clusters se ve afectada por otras variables diferentes al volumen de viajes.

Mes	Hora	Cant. hotspots
	22	10
	23	17
Arosto	0	19
Agosto	1	15
	2	16
	3	17
	22	12
	23	23
Mayo	0	25
Mayo	1	21
	2	17
	3	21

Tabla 4: Cantidad de hotspots generados por hora en los días tipo fin semana.

Durante los días tipo fin de semana sucedió algo similar solo que en este caso la mayor generación de hotspots se dio durante las 0 horas que, aunque no es la hora que registra más inicio de viajes es la hora durante la cual la población inicio viajes desde sitios similares con mayor frecuencia, al igual que los días tipo semana. La conformación y cantidad hotspots generados muestra una influencia importante por parte de la hora del día y no tanto por el volumen de viajes.

Para entender cómo estos hotspots se comportan a lo largo del tiempo es necesario aplicar el concepto de pertenencia permanente el cual, según describe Rozenfeld[23], no es más que la capacidad de mantener la identificación de un cluster que se genera en una zona geográfica similar en diferentes momentos de tiempo, para esta investigación se usó una solución práctica para aplicar este concepto, primero se seleccionaron de entre las coordenadas que señalan los valores máximos de los límites de la ciudad como se muestra en la figura 9.



Figura 9: Mapa de Porto con cuadricula y numeración de los hubs.

Se definió un área rectangular que incluyera estos puntos límite, esto elimina la forma irregular del mapa y reduce la complejidad al momento de determinar si una coordenada hace parte o nó del espacio que se está analizando. Luego se segmentó el área rectangular en rectángulos de menor tamaño, aproximadamente $^7$  de 1 km de largo por 1 km de ancho cuya función principal es agrupar hotspots, esto permite identificar áreas más grandes que atraen diferentes intereses, adicionalmente permite extender un análisis a lo largo del tiempo y entender cómo los puntos de interés van variando durante las horas analizadas, estas áreas de alta movilidad se definieron como hubs para esta investigación.

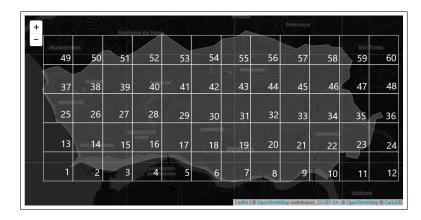


Figura 10: Mapa de Porto señalando los puntos más cercanos al límite.

Para identificar a cada uno de los hubs, se númeraron secuencialmente de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba como se muestra en la figura 10, esto permitió hacer referencias más concretas a cada hub e identificarlo con mayor facilidad. se fijó un nivel de *relevancia* para cada hub dependiendo de la cantidad de hotspots que aloja cada uno, los niveles de relevancia se definieron a partir de la tabla 5.

Relevancia	Hotspots
Bajo	1
Medio	2 - 4
Alto	+4

Tabla 5: Niveles de relevancia por cantidad de hotspots agrupados.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Las distancias se calcularon con la fórmula Haversine, sin embargo las diferencias en las elevaciones del suelo no permiten calcular siempre valores exactos, por lo que es posible que en el mundo real estos cuadrados no siempre representan la misma medida.

Con estos valores definidos fue posible graficar las zonas de mayor actividad dentro de la ciudad de acuerdo al flujo de pasajeros en los rangos de horas con mayor demanda de viajes.

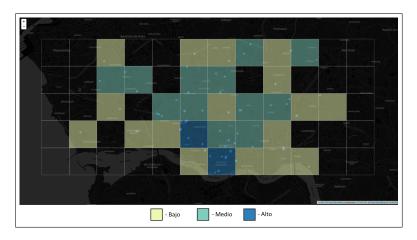


Figura 11: Hubs y hotspots días tipo semana en Mayo a las 8h.

la figura anterior muestra los diferentes tipos de relevancia que se presentaron dentro de la ciudad en una determinada hora, durante este análisis se pudieron evidenciar varias características en el comportamiento de los hubs:

- Los hubs con relevancia alta por lo general están próximos a hubs de relevancia media.
- Los hubs con relevancia *alta* por lo general mantienen el número de hotspots que agrupan a lo largo.
- Los hubs con relevancia baja pocas veces se mantienen en el tiempo.
- Los hubs con relevancia baja tienen a estar próximos de otros hubs con relevancia baja.

Esto indica que los sitios que tienen un alto interés para la población no varían regularmente en el tiempo, por tanto se asumió que los hubs de relevancia alta podrían describir mejor los patrones de desplazamiento de la población y el análisis continuó solo sobre los viajes que se iniciaron desde estos hubs. Con el fin de identificar los patrones de desplazamiento que se definen entre los hubs, se generaron Matrices Origen-Destino<sup>8</sup> por cada hora de cada conjunto de datos.

La tabla 6 muestra una de las matrices O-D generadas, las filas corresponden a los hubs de alta relevancia elegidos antes, en adelante *hubs inicio*. Las columnas corresponden a los hubs en los cuales terminaron los viajes, en adelante *hubs destino*.

	7	8	9	14	16	18	19	30	<b>55</b>	<b>56</b>
6	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	16	-	-	17	-	-	-	-	-	-
<b>14</b>	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	12	-	-	-	-	-	-	-	-	-
21	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-
31	-	-	-	-	-	-	-	-	11	-
51	-	-	-	-	-	-	12	-	-	-
99	41	16	24	14	15	16	-	14	-	30

Tabla 6: Matriz O-D para los días tipo semana de Mayo a las 6 horas.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Una Matriz O-D es una matriz en donde los orígenes de cada viaje se registran en las filas y los destinos en las columnas, el valor registrado en cada intersección Origen-Destino representa la cantidad de viajes entre cada punto. Es una herramienta muy utilizada para la planeación de sistemas públicos de transporte.

Se seleccionaron como hubs destino solo aquellos hubs a los cuales llegaron como mínimo 10 de los viajes iniciados en un hub inicio, a cada una de las matrices se les agregó el nodo 99 para representar todos aquellos viajes que terminaban por fuera de los límites de la ciudad ya que representan una gran cantidad de viajes por cada hora, sin embargo, los lugares de destino por fuera de la ciudad son demasiado variados como para formar hotspots adicionales y en caso de que pudieran hacerlo sería necesario ampliar el área de análisis propuesta.

A partir de cada matriz se creó un Grafo Bipartito<sup>9</sup>, los cuales permitieron analizar cómo se conectaban los hubs y como se iban modificando éstas conecciones a lo largo del tiempo de manera rápida y sencilla.

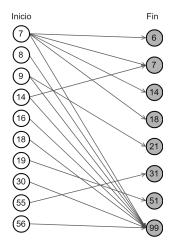


Figura 12: Grafo bipartito para los días tipo semana de Mayo a las 6 horas.

### 4. Análisis de resultados

A partir de la metodología aplicada para el análisis se definieron los hubs inicio, estos fueron analizados para determinar cuales los que generaban mayor interés en la población y luego encontrar los hubs en donde terminaban con mayor regularidad los viajes allí iniciados. Un hub inicio se consideró *activo* cada vez que obtuvo un nivel de relevancia, a continuación se contaron las veces que cada hub inicio estuvo activo y el nivel de relevancia que se le asignó, en este caso no se tuvo en cuenta la hora en que el hub inicio estuvo activo solamente si sucedió.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Un grafo Bipartito es un tipo de grafo dirigido que se compone de dos tipos de nodos uno de inicio y otro de fin, es muy utilizado para representar cambios estados, desplazamientos de un lugar a otro y problemas similares.

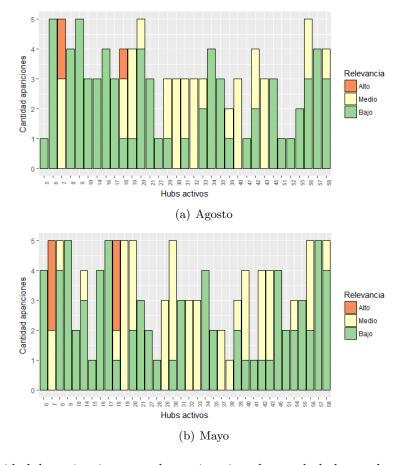


Figura 13: Cantidad de activaciones y relevancia asignada a cada hub para los dias tipo semana.

Los días tipo semana mostraron un comportamiento similar tanto en Agosto 2013 como en Mayo 2014, en ambos meses se activaron una gran cantidad de hubs inicio. La figura 13 muestra los hubs inicio que se activaron y la relevancia que se asignó a cada uno cuando se activó, considerando que el periodo de tiempo analizado es de 5 horas (desde las 5 horas hasta las 9 horas) se estableció que los hubs inicio más activos eran aquellos que se activaron 5 veces en un mes, es decir que estuvieron siempre activos.

Mes	Hub inicio
	6
	7
Agosto	9
	20
	56
	7
	8
	9
	17
	18
Mayo	19
	20
	30
	56
	57
	58

Tabla 7: Hubs con actividad constante por mes para los días tipo semana.

La tabla 7 muestra los hubs más activos de cada mes, estos hubs se analizaron con mayor detalle para establecer las diferencias en la actividad de cada uno a través del tiempo teniendo en cuenta la cantidad de hotspots que agrupan.

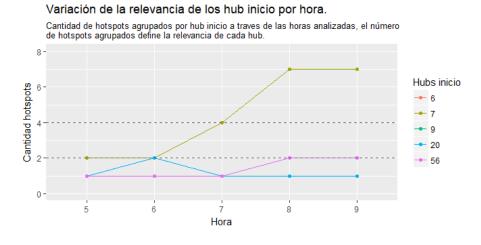


Figura 14: Variación relevancia dias tipo semana Agosto.

Durante el mes de Agosto el hub inicio de mayor actividad es el 7, la cantidad de hotspots agrupados por el hub 7 aumenta a medida que el volumen de viajes aumenta, lo cual indica que muchos viajes se inician desde esta parte de la ciudad y va aumentando progresivamente.

### Variación de la relevancia de los hub inicio por hora.



Figura 15: Variación relevancia dias tipo semana Mayo.

Para el mes de Mayo los resultados obtenidos fueron similares aunque en este caso se activaron más hubs, la figura 15 muestra que el hub inicio 7 nuevamente fue muy importante por la cantidad de hotspots agrupó, también el hub inicio 18 presentó una gran cantidad de hotspots agrupados, esos dos hubs precisamente se refieren a una zona céntrica de la ciudad, teniendo en cuenta que el hub 7 presenta una alta actividad constante se analizó con más detalle con el fin de obtener mayor información.

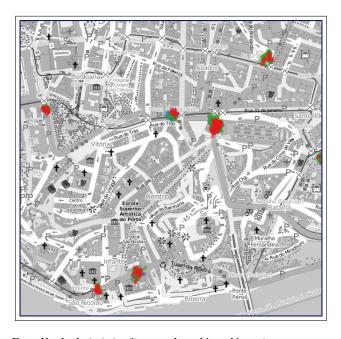


Figura 16: Detalle hub inicio 7 para los días días tipo semana en Agosto.

La figura 16 muestra en detalle los hotspots agrupados por el hub inicio 7, cada color en la nube de puntos señala una hora distinta en la que se formó el hotspot. Los lugares de interés parecen estar distantes uno del otro y parecen no tener relación entre ellos.

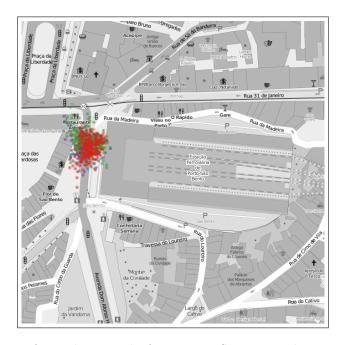


Figura 17: Hotspot formado estación ferroviaria Sao Bento dias tipo semana Mayo.

El hotspot de mayor tamaño dentro del hub inicio 7 corresponde a la estación ferroviaria São Bento, la cual es la principal terminal de las líneas ferroviarias suburbanas de Oporto y la terminal occidental de una de las líneas que conecta a Porto con ciudades vecinas y se define como uno de los puntos más importantes en temas de transporte de la ciudad, esto puede explicar la constante actividad reportada por este hub inicio.

De igual manera se analizaron los días tipo fin de semana, en este caso el periodo de tiempo analizado es de 6 horas (desde las 22 hasta las 5 horas), nuevamente se analizó la cantidad de activaciones que tuvo cada hub inicio y la relevancia que se le asignó.

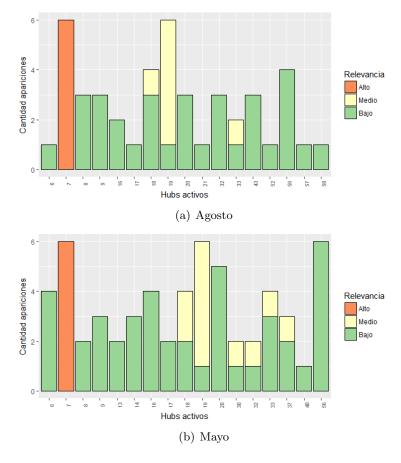


Figura 18: Cantidad de activaciones y relevancia asignada a cada hub para los dias tipo fin de semana.

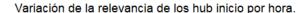
La figura 18 muestra un comportamiento diferente en cuanto a la cantidad hubs inicio generados, durante los días tipo fin de semana son menos con respecto a los días tipo semana, sin embargo aquellos hubs inicio que permanecen activos durante las 6 horas analizadas son mucho menos.

Mes	Hub inicio
Agosto	7
	19
	7
Mayo	19
	56

Tabla 8: Hubs con actividad constante por mes para los días tipo fin de semana.

El hub inicio 7 aparece de nuevo como uno de los más activos, en este caso el hub mantuvo una relevancia alta durante todas las horas analizadas. El hub inicio 19 se mantiene igualmente activo en ambos meses y el hub 56 aparece nuevamente en el mes de Mayo pero esta vez para los días tipo fin de semana.

Aunque el volumen de los viajes disminuyó con respecto a los días tipo semana y los rangos de horas analizadas son diferentes, la actividad del hub que cubre la zona de la estación ferroviaria de São Bento se mantiene alta. El hub inicio 7 parece ser una zona de alto interés para la población independientemente de el mes, la hora del día y el volúmen de viajes, sin embargo se encontraron algunas diferencias en el tipo de actividad para cada tipo de dia.



Cantidad de hotspots agrupados por hub inicio a traves de las horas analizadas, el número de hotspots agrupados define la relevancia de cada hub.

Hubs inicio
7
19
19
19

Figura 19: Variación relevancia días tipo fin de semana Agosto.

El hub inicio 7 mantiene la relevancia alta durante todas las horas del análisis para los días tipo fin de semana, mientras que para los días tipo semana inicia en las primeras horas con una relevancia media para después obtener una relevancia alta, esto indica que la cantidad de hotspots agrupados por el mismo hub es diferente para cada tipo de día. La figura 19 muestra que para los días tipo fin de semana del mes de Agosto el hub inicio 7 agrupó 10 hotspots, esto muestra una diferencia con los días tipo semana en donde el mismo hub inicio agrupó 7 hotspots en cada mes.

# Variación de la relevancia de los hub inicio por hora. Cantidad de hotspots agrupados por hub inicio a traves de las horas analizadas, el número de hotspots agrupados define la relevancia de cada hub. Hubs inicio 7 19 22 23 0 1 22 3 Hora

Figura 20: Variación relevancia días tipo fin de semana Mayo.

La figura 20 muestra que la actividad del hub inicio 7 se mantiene alta pero la formación de hotspots aumenta desde las 22 horas hasta las 0 horas para después mantenerse estable, en este caso el hub agrupó 11 hotspots.

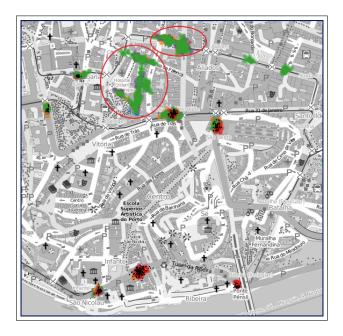


Figura 21: Detalle hub inicio 7 para los días días tipo fin de semana en Mayo.

Nuevamente se analizó en detalle el hub de mayor interés, varios hotspots se mantienen sin importar el tipo de día, estos puntos de la ciudad parecen ser de alto interés para la población, sin embargo para los días tipo fin de semana aparecen dos nuevos hotspots de gran tamaño señalados en la figura 21 con círculos de color rojo, estos dos nuevos hotspots no se refieren a un punto o lugar especifica sino a área mucho más grande que abarca un par de cuadras, esto muestra una diferencia en la actividad de la población a partir del tipo de día en que se inicia un viaje en esta zona. El volúmen de viajes parece estar afectando la formación de hotspots pero no afecta la formación de nuevos hubs.

Una vez identificados los hotspots y determinadas las horas en que estos se unen para formar los hubs, se procedió a identificar los patrones de desplazamiento que se definen entre los hubs. Los grafos bipartitos permitieron identificar los hubs destino más frecuentes a partir de cada hub inicio, a esta relación se le definió como *vínculo*, cada hub inicio registrado en el grafo está *vinculado* por lo menos un hub destino y viceversa, adicionalmente se agregó una clasificación de acuerdo a la intensidad de ese vínculo basado en el porcentaje de viajes que comparten dos hubs con respecto a la cantidad de viajes que inician desde el hub inicio.

Vinculo	% Viajes
Débil	de 0 a 9
Moderado	más de 9 a $21$
Fuerte	más de $21$

Tabla 9: Escala de intensidad de vínculo entre dos hubs.

El análisis se enfocó en los hubs con vínculos fuertes pues estos describen grandes volúmenes de viajes desde un punto a otro de la ciudad, lo cual aporta más información en la definición de patrones de comportamiento.

Mes	Hora	Hub inicio	Hub fin	Cant. Viajes	% Viajes
	5	7	99	30	31.58%
	6	7	99	40	30.53%
	0	18	99	11	52.38%
Agosto	7	19	99	23	21.50%
Agosto		30	99	18	21.43%
		31	7	11	42.31%
	8	31	7	14	31.82%
	9	31	7	13	26.00%

Tabla 10: Hubs con vinculo fuerte dias tipo semana en Agosto.

La tabla 10 muestra el listado de hubs con vínculo fuerte por hora para los días tipo semana durante el mes de Agosto:

- entre las 5 y las 6 horas todos los viajes terminan por fuera de la ciudad, representado por el hub 99.
- A las 7 horas la mayoría de los viajes también terminan en el hub destino 99 pero con algunos viajes adentro de la ciudad.
- a las 8 y 9 horas una gran cantidad de viajes desde el hub inicio 31 finalizan en el hub destino 7.

En este caso el hub 7 recibe una gran cantidad de viajes pero no genera los suficientes para ser considerado como hub inicio en este análisis.

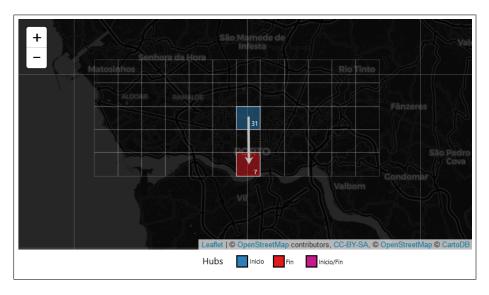


Figura 22: Patrones de desplazamiento días tipo semana Agosto.

Los patrones de desplazamiento más relevantes para los días tipo semana del mes de Agosto durante las horas analizadas se puede resumir en la figura 22. El hub 7 es muy importante por la cantidad de viajes que se generan desde ahí, sin embargo en las primeras horas de la mañana la mayoría de viajes se dirigen a las afueras de la ciudad, el hub inicio 31 aparece como uno de los más importante en la movilidad de la población dentro de la ciudad.

Mes	Hora	Hub inicio	Hub fin	Cant. Viajes	% Viajes
	5	30	16	13	46.43%
		14	7	17	31.48%
	6	19	51	12	23.08%
		55	31	11	50.00%
		7	6	107	20.78%
		14	6	15	22.39%
		15	17	20	90.91%
	7	28	28	14	56.00%
		31	7	11	34.38%
Mayo		35	45	11	35.48%
Mayo		39	49	13	23.64%
		55	46	10	33.33%
	8	10	7	20	47.62%
		58	19	17	25.76%
		10	7	47	68.12%
		14	49	12	22.64%
	9	16	7	42	28.57%
	9	29	7	44	21.36%
		31	7	17	21.52%
		34	6	11	20.75%

Tabla 11: Hubs con vinculo fuerte dias tipo semana en Mayo.

Para el mes de Mayo hay un comportamiento similar al de Agosto en cuanto a la cantidad de viajes que finalizan en las afueras de la ciudad y nuevamente no se tomaron en cuenta. Durante este mes se generaron más patrones de desplazamiento que durante el mes de Agosto, esto permitió un análisis más completo por hora.

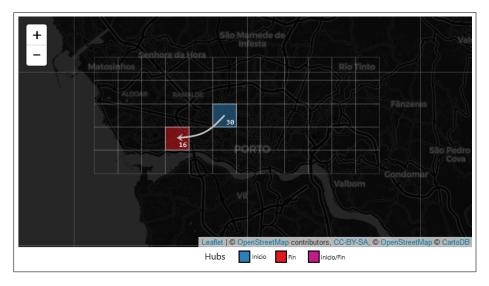


Figura 23: Patrones de desplazamiento días de semana Mayo 5 horas.

Durante las 5 horas los movimientos registrados son reducidos, se encontró un solo patrón en el desplazamiento de la población a esa hora, lo interesante es que casi la mitad de los viajes  $(46.43\,\%)$  iniciados en el hub 30 terminaron en el hub 16, esto puede ser interesante para un análisis futuro mirando otros meses este tipo de comportamiento o con más datos de la ciudad que permitan completar más información en este punto.

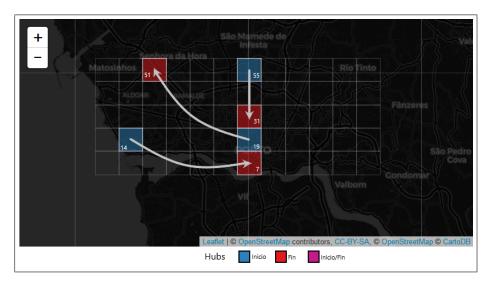


Figura 24: Patrones de desplazamiento días de semana Mayo 6 horas.

A partir de las 6 horas la cantidad de patrones descritos empieza a crecer, se describió un movimiento generalizado hacia la parte más centrica de la ciudad, nuevamente aparece el hub 7 como destino importante pero no como iniciador de viajes, también aparece hub 51 como destino de varios viajes iniciados en la parte central de la ciudad.

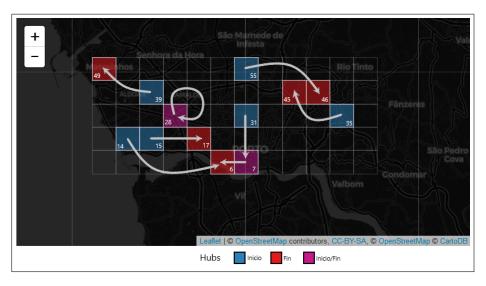


Figura 25: Patrones de desplazamiento días de semana Mayo 7 horas.

La figura 25 muestra los patrones de desplazamiento descritos durante las 7 horas de los días tipo semana durante el mes de Mayo, durante ésta hora se formaron una gran cantidad de vínculos fuertes entre varios hubs con diferentes características, entre las más importantes:

- El hub destino 6 recibe una gran cantidad de viajes (107) desde el hub inicio 7, sin embargo el porcentaje de viajes entre ellos es solo del 20.78 %, esto refleja que desde el hub 7 se están iniciando una gran cantidad de viajes pero parece que los destinos son muy variados, el hecho de que los hubs están uno al lado del otro puede hacer referencia a viajes cortos (menos de 2 km.).
- Por primera vez aparecen dos hubs, el 7 y el 28 como hubs inicio y destino durante la misma hora, para el caso del hub 7 funciona como destino del hub 31 y como hub inicio del hub 6. Para el caso del hub 28 lo interesante es que el vínculo es con él mismo, nuevamente parece que los viajes cortos (menos de 1 km.) son los preferidos por la

población en esta zona.

■ Entre los hubs 15 y 17 existe un vínculo bastante fuerte pues comparten la mayoría de los viajes (90.91%), esto puede interpretarse como un alto interés de la población en desplazarse entre ambas zonas en esa hora.

Durante ésta hora se generó una gran cantidad de actividad en la ciudad, si consideramos que para el mismo tipo de día en el mes de Agosto a las 7 horas fue el periodo en que el comportamiento cambió pues se empezaron a generar viajes con hubs destino diferentes al 99, se puede decir que ésta hora es especialmente activa para estos tipos de día.

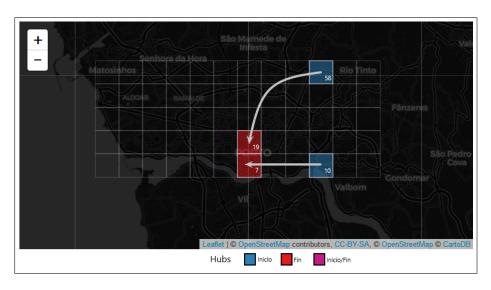


Figura 26: Patrones de desplazamiento días de semana Mayo 8 horas.

Durante las 8 horas el volumen de viajes continúa aumentando para los días tipo semana sin importar el mes sin embargo la cantidad de vínculos entre hubs relevantes no aumenta con respecto a la hora anterior. Para los días tipo semana el aumento en el flujo de viajes no parece ser tan relevante como el tipo de día lo cual apoya la hipótesis propuesta en esta investigación. La figura 26 muestra que la población mantiene un especial interés sobre el hub 7 y su alrededores.

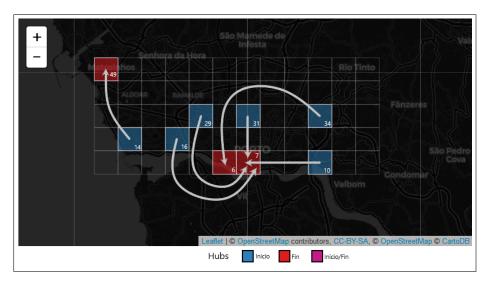


Figura 27: Patrones de desplazamiento días de semana Mayo 9 horas.

La figura 27 muestra que durante las 9 horas la cantidad de vínculos aumentó mientras que la cantidad de viajes iniciados durante esa hora disminuye en el mes de Mayo y mantiene una cantidad similar en el mes de Agosto, sin importar la cantidad hubs inicio nuevos los patrones de desplazamiento se mantienen estables ya que la mayoría de viajes se dirigen a los hubs 6 y 7.

El conjunto de datos que describe los viajes realizados en los días tipo fin de semana tiene un volumen de datos menor para ambos meses y los rangos de horas analizadas son diferentes, se aplicó el mismo análisis a este conjunto de datos.

Mes	Hora	Hub inicio	Hub fin	Cant. Viajes	% Viajes
	23	18	7	10	29.41%
		18	7	29	48.33%
Agosto	0	33	7	17	70.83%
Agosto		56	7	14	31.11%
	1	32	7	14	53.85%
	1	56	7	12	38.71%

Tabla 12: Hubs con vinculo fuerte dias tipo fin de semana en Agosto.

Al igual que para los días tipo semana, no se tuvo en cuenta los vínculos con el hub destino 99, para el mes de Agosto la tabla de vínculos es reducida, se debe considerar que:

- Durante las 22 horas no se generaron vínculos fuertes entre hubs relevantes.
- En el periodo comprendido entre las 2 y 3 horas todos los vínculos fuertes se crearon con el hub destino 99, a diferencia de las 22 horas se descubrieron patrones de movilidad pero no se tuvieron en cuenta para el análisis.
- El hub 7 nuevamente apareció como una zona importante para la generación de viajes entre la 1 y las 3 horas pero todos los vínculos descritos eran con el hub 99 y se descartaron también.

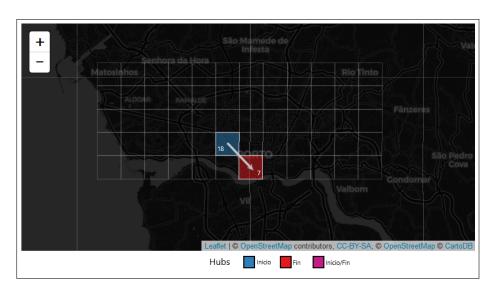


Figura 28: Patrones de desplazamiento días tipo fin de semana Agosto 23 horas.

La figura 28 muestra que durante las 23 horas sólo se formó un vínculo fuerte entre el hub inicio 18 y el hub destino 7, estos viajes entre hubs próximos se refieren a viajes de corta distancia, nuevamente el hub 7 es el destino más importante durante la hora analizada.

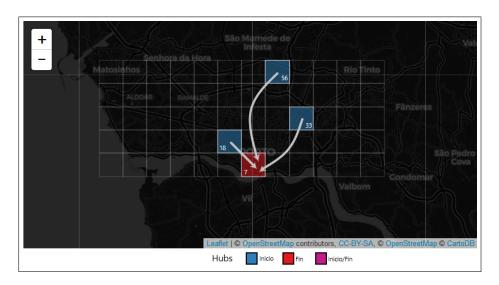


Figura 29: Patrones de desplazamiento días tipo fin de semana Agosto 0 horas.

Durante las 0 horas aumenta el volumen de viajes y la cantidad de hubs que tienen vínculos con el hub destino 7, el hub inicio 18 aumenta a más del doble la cantidad de viajes con respecto a la hora anterior, también es importante resaltar que tanto el hub 18 y el 33 envían una gran cantidad de los viajes que inician hacia el hub 7, 48.33 % y 70.83 % respectivamente.

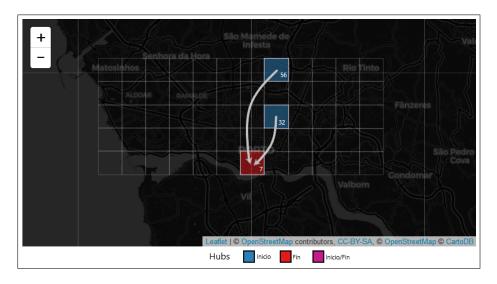


Figura 30: Patrones de desplazamiento días tipo fin de semana Agosto 1 horas.

El hub inicio 56 mantiene el vínculo fuerte con el hub destino 7, esto puede resultar interesante teniendo en cuenta que durante el análisis de los días tipo semana el hub 56 no se había considerado.

El hub 7 se mantiene como el más interesante para ambos tipos de día, sin embargo muestra una dinámica diferente en el comportamiento, durante el mes de Agosto para los días tipo fin de semana todos los vínculos fuertes tienen como destino el hub 7.

Mes	Hora	Hub inicio	Hub fin	Cant. Viajes	% Viajes
Mayo	22	13	7	13	54.17%
		16	7	11	33.33%
		56	19	13	28.89%
	23	16	7	16	45.71%
		18	7	24	42.86%
		33	7	15	25.86%
		56	37	14	25.93%
	0	14	7	12	29.27%
		14	37	10	24.39%
		16	7	10	34.48%
		18	7	21	29.17%
		33	7	15	32.61%
		56	37	24	37.50%
	1	16	7	11	39.29%
		18	7	15	24.59%
		33	7	18	54.55%
		56	37	24	33.33%
	2	18	7	16	40.00%
	3	32	20	11	36.67%

Tabla 13: Hubs con vinculo fuerte dias tipo fin de semana en Mayo.

La tabla 13 muestra que la cantidad de vínculos crece comparada con el mes Agosto, el hubs 7 nuevamente aparece como destino de mucho viajes, en este caso la cantidad de vínculos con el hub 99 se dieron entre las  $2 \ y$  3 horas.

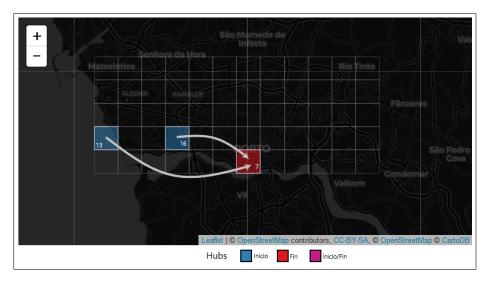


Figura 31: Patrones de desplazamiento días tipo fin de semana Mayo 22 horas.

Durante las 22 horas se muestra un patrón de comportamiento similar al mes de Agosto para el mismo tipo de día, si bien a esas misma hora en el mes de Agosto no se generaron vínculos fuertes, los viajes siguen iniciando en diferentes partes de la ciudad y finalizando en hub 7.

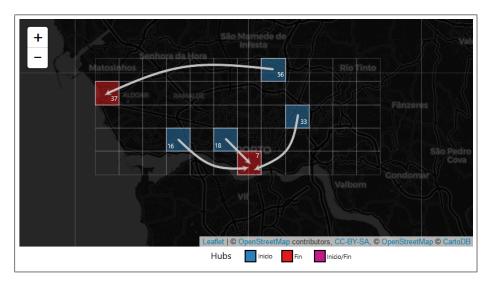


Figura 32: Patrones de desplazamiento días tipo fin de semana Mayo 23 horas.

La figura 32 muestra el hub 37 como un nuevo destino con vínculo fuerte, el hub inicio 56 se mantiene con respecto a la hora anterior como un generador de una gran cantidad de viajes.

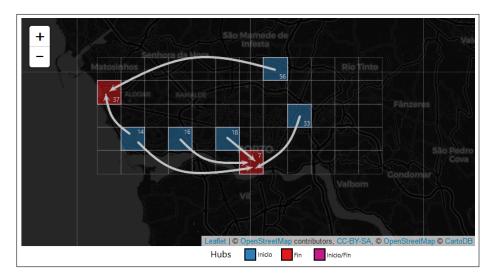


Figura 33: Patrones de desplazamiento días tipo fin de semana Mayo 0 horas.

Durante las 0 horas se mantiene un comportamiento similar al de las 23 horas, aparecen dos nuevo vínculos que describen al hub 37 como un destino interesante además del hub 7, el cual continúa recibiendo un alto volumen de viajes.

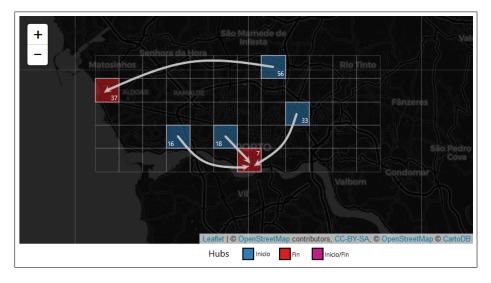


Figura 34: Patrones de desplazamiento días tipo fin de semana Mayo 1 horas.

Los patrones de desplazamiento descritos durante las 23 horas del mismo mes se repiten durante las 1 horas con algunas variaciones en la cantidad de viajes.

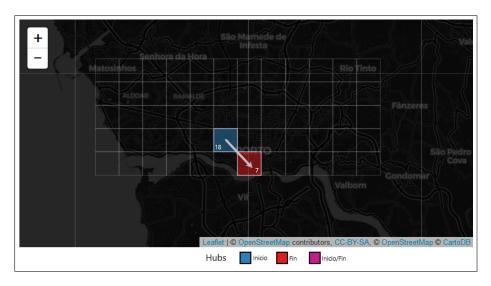


Figura 35: Patrones de desplazamiento días tipo fin de semana Mayo 2 horas.

Durante las 2 horas se registra el mismo patrón de comportamiento de las 23 horas del mes de Agosto para los días del mismo tipo, pero con una mayor cantidad de viajes realizados, algo interesante es que el porcentaje de viajes realizados aumentó a casi el doble, para Agosto a las 23 horas era del 29.41 % mientras que para Mayo a las 2 horas era del 40 %.

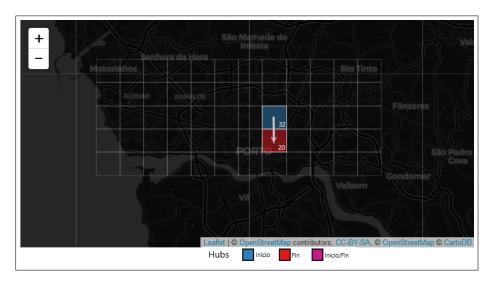


Figura 36: Patrones de desplazamiento días tipo fin de semana Mayo 3 horas.

La figura 36 muestra los patrones de desplazamiento descritos por la población de la ciudad de porto en mes de Mayo durante los días tipo fin de semana las 3 horas, en este caso se describe un patrón de desplazamiento que no se había presentado en los análisis anteriores, como hecho interesante se puede resaltar que el hub 7 no está involucrado como hub relevante.

### 5. Conclusiones

Luego de analizar los viajes registrados dentro de la ciudad de Porto en Portugal durante los meses de Agosto 2013 y Mayo 2014, se encontraron pruebas suficientes para validar la hipótesis propuesta para esta investigación, la cual afirma que los patrones de desplazamiento reciben una mayor influencia por parte del tipo de día en que se generó en viaje que por parte de otras características como el volumen de viajes o el mes en que se registró, adicionalmente se identificaron comportamientos específicos para cada tipo de día:

- Durante los días de tipo semana la población se desplazó con mayor frecuencia entre las horas de la mañana, esto puede atribuirse al inicio de actividades laborales o educativas, se esperaría encontrar en las zonas de alto interés la presencia de grupos de oficinas o centros educativos.
- Durante los días tipo fin de semana fueron más frecuentes los viajes al final de la noche y durante la madrugada, esto puede referirse a actividades lúdicas por lo que se esperaría encontrar en las zonas de alto interés una mayor cantidad de bares, restaurantes, teatros y demás lugares destinados al esparcimiento.

En investigaciones similares[4][20] se pudo establecer una relación directa entre los patrones de desplazamiento de la población y variables que describen el uso del suelo dentro de ciudades de mayor tamaño como Barcelona o Shangai, para esta investigación no se contó con la información suficiente para realizar este tipo de análisis pero teniendo en cuenta los resultados obtenidos analizando ciudades de tamaño similar a Porto como Buenos Aires[25] resulta interesante considerar una línea investigativa para el futuro que pueda confirmar estas suposiciones.

Durante todo el análisis fue evidente el alto interés de la población sobre la zona identificada como hub 7, sin embargo el comportamiento se muestra diferente entre los tipos de días por lo que se presume la presencia de lugares que presentan intereses distintos dependiendo del tipo de día pero también de la hora. El hub 7 aparece como una zona de destino muy activa en los patrones de desplazamiento, esto contrasta la ausencia de este mismo hub en el inicio de viajes, se debe tener en cuenta que la mayoría de viajes iniciados desde esta zona se relaciona con zonas en las afueras de la ciudad. El hub 99 se encarga de representar

todos puntos que fueron destino de viajes y que se encuentran por fuera de la ciudad, este hub nació ante la necesidad de describir de alguna manera el gran volumen de viajes que terminan por fuera de la ciudad.

Dentro de la ciudad de Porto se encuentra la estación ferroviaria de Campanhã, ésta facilita el tránsito de pasajeros entre Lisboa y el norte del país y es una de las más importantes de la costa noreste de Portugal. La estación de Campanhã está integrada con el metro de Porto y a su vez comunicada con la estación de São Bento la cual además de ser la estación de trenes locales, también es el centro principal de omnibuses. Esto podría explicar el alto interés ena la zona pero la información disponible para esta investigación no permitió validar esa hipótesis.

La población de Porto describió varias zonas de interés, durante esta investigación se analizó detalladamente el hub 7 ya que claramente era el que mayor actividad presentaba pero hay algunas otras zonas que debería ser analizadas como más detalle, incluso el análisis sobre otros meses y otros rangos de horas podría arrojar resultados que permitan contrastar los resultados de esta investigación.

### Referencias

- [1] GPS, Wikipedia, https://es.wikipedia.org/wiki/GPS
- [2] Trajectory, Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Trajectory
- [3] Cintia, Paolo. and Giannotti, Fosca. and Pappalardo, Luca. and Pedreschi, Dino. and Malvaldi, Marco. The harsh rule of the goals: data-driven performance indicators for football teams. en 2015 IEEE International Conference on Data Science and Advanced Analytics (DSAA) París, France, ISBN 978-1-4673-8272-4, 2015.
- [4] Sans, N. P. and Pérez, M. P. and Forés, N. R. and Pujol, F. C. Relación entre forma urbana y patrones de movilidad: el caso del área metropolitana de Barcelona. en International conference on regional science, Comercio internacional y empleo: una perspectiva regional. Sevilla, España, Instituto de Estudios Regionales y Metropolitanos de Barcelona (IERMB), 2017.
- [5] Urban area, Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Urban\_area
- [6] Rodrigue, Jean-Paul. *Urban Mobility*. en *The Geography of Transport Systems* New York: Routledge, ISBN 978-1138669574, 2017.
- [7] Teran, Manuel de. Data Analysis and Optimization for (Citi)Bike Sharing. en School of Operations Research and Information Engineering, Cornell University.
- [8] List of cities proper by population, Wikipedia. https://en.wikipedia.org/wiki/List\_of\_cities\_proper\_by\_population
- [9] Li, Xu and Li, Ming Lu and Shu, Wei and Wu, Minyou A Practical Map-matching Algorithm for GPS-based Vehicular Networks in Shanghai Urban Area IET, 2008
- [10] O'Mahony1, Eoin and Shmoys, David B. La ciudad como forma de utilizacion del suelo y organización del espacio. en Problemas del urbanismo europeo Madrid Instituto de Estudios de Administración Local, pág. 10, 1967.
- [11] Moreira-Matias, L., Gama, J., Ferreira, M., Mendes-Moreira, J., Damas, L., Predicting Taxi-Passenger Demand Using Streaming Data. en IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems vol.14, no.3, pp.1393-1402, 2013.
- [12] Hierchical Agglomerative Clustering, Standford, https://nlp.stanford.edu/IR-book/html/htmledition/hierarchical-agglomerative-clustering-1.html
- [13] Momtazpou, Marjan and Ramakrishnan, Naren Characterizing Taxi Flows in New York City, Discovery Analytics Center, Virginia Tech.
- [14] Chang, Han-wen and Tai, Yu-chin and Chen, Hsiao-wei and Yung-jen Hsu, Jane *iTaxi:* Context-Aware Taxi Demand Hotspots Prediction Using Ontology and Data Mining, Department of Computer Science and Information Engineering, National Taiwan University, Taiwan.
- [15] World Geodetic System 1984, https://confluence.qps.nl/qinsy/en/world-geodetic-system-1984-wgs84-29855173.html
- [16] Haversine formula, Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Haversine\_formula
- [17] Earth radius, https://en.wikipedia.org/wiki/Earth\_radius
- [18] Mamajek, E. E. and Prsa, A. and Torres, G. and Harmanec, P. and Asplund, M. and Bennett, P. D. and Capitaine, N. and Christensen-Dalsgaard, J. and Depagne, E. and Folkner, W. M. and Haberreiter, M. and Hekker, S. and Hilton, J. L. and Kostov, V. and Kurtz, D. W. and Laskar, J. and Mason, B. D. and Milone, E. F. and Montgomery, M. M. and Richards, M. T. and Schou, J. and Stewart, S. G. IAU 2015 Resolution B3 on Recommended Nominal Conversion Constants for Selected Solar and Planetary Properties, IAU Inter-Division A-G Working Group on Nominal Units for Stellar & Planetary Astronomy, Cornell University, 2015.

- [19] Great-circle distance, Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Great-circle\_distance
- [20] Yue, Yang. and Zhuang, Yan. and Li, Qingquan. and Mao, Qingzhou. *Mining Time-dependent Atractive Areas and Movement Patterns from Taxi Trajectory Data, Transportation Research Center*, China, Wuahn University.
- [21] Sainin, Mohd Shamrie and Alfred, Rayner. Nearest Neighbour Distance Matrix Classification, Advanced Data Mining and Applications, Berlin, ISBN 978-3-642-17316-5, 2010.
- [22] Peterson, Anders. The Origin-Destination Matrix Estimation Problem Analysis and Computation. Norrköping: University of Linköping, 2007
- [23] Rozenfeld, H. D. and Rybski, D. and Andrade, J. S. and Batty, M. and Stanley, H. E. and Makse, H. Laws of population growth. Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America, 105(48), 18702-7.doi:10.1073/pnas.0807435105.
- [24] Varshney, Namami and Agarwal, Ambuj kumar *Global Positioning System*. Moradabad, Teerthanker Mahaveer University, 2015.
- [25] Krüger, Ralph. Diferentes patrones de movilidad en el Área Metropolitana de Buenos Aires. Una perspectiva desde las urbanizaciones suburbanas. Scripta Nova: revista electrónica de geografía y ciencias sociales, ISSN: 1138-9788, Vol. 14, 2010.