



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE COMPUTACIÓN

Segmentación del ciclo de la marcha humano utilizando Modelos Ocultos de Markov

Tesis de Maestría en Explotación de Datos y Descubrimiento del
Conocimiento

Diego J. Edwards Molina

Director: Dra. Mónica Miralles

Codirector: Dr. Ing. Ignacio Gherzi

Buenos Aires, 2021

RESUMEN

Este trabajo se enfoca en la problemática tendiente a la caracterización del equilibrio humano, normal o disfuncional, de pacientes adultos mayores con riesgo de caída, donde la marcha es un gesto motor central de análisis, ya que permite definir indicadores del riesgo de caída, a partir de la desviación del valor de las variables definidas para un ciclo normal.

Para modelar la marcha, las extremidades inferiores se abordan con el modelo biomecánico de péndulo invertido, en el cual su movimiento depende de la aceleración y fuerza realizada por los músculos, optimizando, de esta forma, la energía utilizada para efectuar dicho movimiento.

La importancia de este abordaje reside en el hecho de que la declinación motora, debida al envejecimiento natural, o a otros factores concomitantes, se manifiesta con un creciente aumento de variabilidad en los registros de equilibrio. Esta observación se acentúa en los adultos mayores y en los pacientes geriátricos. El riesgo de caídas aumenta con las enfermedades crónicas degenerativas que, según el tipo de lesión provocada, incrementan el riesgo de muerte, y en todos los casos, conllevan al empeoramiento de la calidad de vida del paciente y de su entorno cercano.

Se presenta aquí un Modelo Oculto de Markov (en inglés, Hidden Markov Model —HMM—) para el estudio de la marcha humana. Este resultó de la combinación de dos modelos de tres estados ocultos cada uno, haciendo uso de las librerías DepmixS4 y RcppHMM del software libre R.

La validación se realizó por el método de validación cruzada de dos diferentes maneras, procesando las 3 señales de acelerometría provistas por los sensores ubicados en el tobillo izquierdo y en el tobillo derecho de un total de 20 sujetos sanos (edad: $33,4 \pm 7$ años, altura: $172,6 \pm 9,5$ cm, masa muscular: $73,2 \pm 10,9$ kg), que

efectuaron diferentes pruebas de marcha, en entorno abierto y cerrado. Todas estas señales están disponibles en la base abierta MAREA.

El modelo alcanzó un valor de Exactitud de 96,8 % para la detección de pasos, en una marcha controlada de entorno cerrado.

Se concluye que este trabajo aporta una herramienta de análisis que puede ser replicada y mejorada para la investigación de la marcha humana senil o patológica, como así también ser incorporada a dispositivos en estudios de seguimiento clínico.

Los resultados se agregan, y fueron comparables, a otros ya publicados, en donde también han utilizado la base de datos MAREA.

Palabras claves: ciclo de marcha, Modelo Oculto de Markov, segmentación, aprendizaje supervisado, riesgo de caída.

ABSTRACT

This work focuses on the characterization of the human balance, normal or dysfunctional, of elderly patients at risk of falling. In it, walking is a central motor skill to be analyzed, since it allows defining indicators of the risk of falling from the deviation in the value of the variables defined for a normal cycle.

To model gait, the inverted pendulum biomechanical model is used in this work. In it, the movement of the lower extremities depends on the acceleration and the force exerted by the muscles, thus optimizing the energy used to perform the movement.

The importance of this approach lies in the fact that motor decline due to natural aging or other concomitant factors becomes apparent with a growing increase of the variability in the balance records. This is particularly observed in older adults and in geriatric patients. The risk of fall increases with chronic degenerative diseases, which, depending on the type of injury caused, increase the risk of death and, in all cases, lead to a worsening of the quality of life of the patient and their immediate environment.

This work presents a Hidden Markov Model (HMM) for the study of human gait. It is the result of the combination of two three-hidden-state models, for each of which the DepmixS4 and RcppHMM libraries of the free-use software R were used.

For validation, the Cross Validation method was used in two different ways, processing the 3 accelerometry signals provided by the sensors located both on the left ankle and the right ankle of 20 healthy subjects, (age: 33.4 ± 7 years , height: 172.6 ± 9.5 cm, muscle mass: $73,2 \pm 10,9$ kg), who carried out different walking tests, in an open and closed environment. All these signals are available at the MAREA open base.

The model reached an accuracy value of 96.8% for the detection of steps, in a

controlled gait in a closed environment.

It is concluded that this work provides an analysis tool that can be replicated and improved for the investigation of senile or pathological human gait, as well as incorporated into devices in clinical follow-up studies.

The results add to those of already published studies in which the MAREA database was also used, and are comparable to them.

Keywords: gait cycle, Hidden Markov Model, segmentation, supervised learning, risk of falling.

AGRADECIMIENTOS

A mi Directora, Dra. Mónica Miralles, por aceptar acompañarme en este trabajo, por su apoyo incondicional, y por brindarme todo su conocimiento, lo que significó para mí un gran aprendizaje.

A mi Codirector, Dr. Ignacio Gherzi, por ayudarme con el procesamiento de los datos durante la primera etapa, y por su predisposición a responder todas mis inquietudes.

A las autoridades de la Maestría, especialmente a la Dra. Maria Elena Buemi por su constante acompañamiento.

A las y los docentes que confiaron en este proyecto, y me ofrecieron generosamente, y con vocación, todos sus conocimientos.

A mis compañeras y compañeros del laboratorio Labis, con quienes formamos un equipo muy lindo de trabajo.

A mi madre Delvey y a mi pareja Mariana, por el sostén y cariño de cada día.

.

Índice general

1..	Introducción	1
1.1.	Estudio de la marcha y balance humano	1
1.1.1.	Antecedentes	1
1.1.2.	Ciclo de marcha	4
1.2.	Objetivos del trabajo	6
1.2.1.	Objetivo general	6
1.2.2.	Objetivos específicos	6
1.3.	Aprendizaje automático y reconocimiento de patrones de marcha . . .	7
1.3.1.	Aprendizaje automático en medicina	7
1.3.2.	Aprendizaje automático para la segmentación de los ciclos de marcha	9
1.4.	Modelos Ocultos de Markov aplicados	10
1.4.1.	Reconocimiento automático de la voz	10
1.4.2.	Reconocimiento de entornos con robots móviles	11
1.4.3.	Aprendizaje y reconocimiento de patrones del movimiento cor- poral humano	12
1.5.	Modelos Ocultos de Markov en estudios de marcha humana	13
2..	Marco Teórico	14
2.1.	Cadenas de Markov discretas	14
2.2.	Modelos Ocultos de Markov	16
2.3.	Problemas de un HMM	19
2.4.	Resolución del problema de procesamiento	19
2.4.1.	Algoritmo Forward	20
2.4.2.	Algoritmo Backward	22
2.5.	Secuencia óptima de estados subyacentes	23

2.5.1.	Algoritmo de Viterbi	23
2.6.	Resolución del problema de entrenamiento de un HMM	26
2.6.1.	Estimación de la probabilidad de transición a_{ij}	27
2.6.2.	Estimaciones de los parámetros de las distribuciones gaussianas correspondientes a cada estado	28
3..	Materiales y Métodos	31
3.1.	Bases de datos	31
3.2.	Filtro utilizado	35
3.3.	Procesamiento	35
3.4.	Características del HMM utilizado	37
3.5.	Validación del modelo	39
4..	Resultados	45
4.1.	Predicción de las subfases del ciclo de marcha	45
4.2.	Resultados de los métodos de validación CV1 y CV2	46
4.3.	Detección de CI y CF	48
5..	Discusión y conclusiones	52
5.1.	Interpretación y comparación de resultados	52
5.2.	La segmentación del ciclo de marcha	52
5.3.	Comparación de resultados entre los métodos de validación CV1, CV2 (con y sin filtro)	52
5.4.	Conclusiones y perspectivas futuras	62
6..	Bibliografía	64

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Estudio de la marcha y balance humano

1.1.1. Antecedentes

El equilibrio y el balance corporal, tema de interés central para la biomecánica humana, es una condición esencial para realizar cualquier tipo de actividad física durante la estación de pie, la marcha y los diversos movimientos, gestos y posturas de la vida cotidiana. Se considera que el “equilibrio-postural-humano” es el resultado de distintas integraciones sensorio-perceptivo-motrices que, al menos en una buena medida, conducen al aprendizaje en general y al aprendizaje propio de la especie humana en particular [Lázaro Lázaro 1994]. Esta primordial necesidad de un estado persistente de equilibrio se debe a la inestabilidad intrínseca de las estructuras de soporte y movilidad (sistema óseo-músculo-tendino-articular). Se logra el equilibrio estable mediante el continuo accionar de sistemas retroalimentados de regulación y control. El fino y continuo ajuste automático de las posiciones y posturas correctoras a los músculos, es el resultado de la información que perciben tres sistemas complementarios de captación de información (sistemas aferentes) y de un conjunto de sistemas efectores de interpretación y envío de órdenes, que hacen que el centro de masa corporal se proyecte dentro de variados y cambiantes polígonos de sustentación. Estos sistemas son: a) la visión, gracias a la percepción de la situación, ubicación y cambios en las relaciones espaciales en que se encuentra el cuerpo respecto al medio ambiente, b) el sistema vestibular) que da información sobre las aceleraciones corporales en las tres dimensiones del espacio (los conductos semicirculares de las aceleraciones angulares y sus otolitos de las aceleraciones lineales) y, finalmente, c) el tronco encefálico y el cerebelo, que reciben información propioceptiva generada principalmente en la planta de los pies y de los sensores tendino-ligamentarios-fasciales, y musculares, teniendo así información sobre las posiciones y los despla-

mientos segmentarios corporales y sobre las acciones de los músculos involucrados en los movimientos.

El conjunto de sistemas efectores está compuesto, en etapas sucesivas y complementarias, por distintas zonas del cerebelo, los núcleos basales y diferentes regiones de la corteza cerebral [Enoka 2015]. El resultado final de este elaborado sistema funcional de retroalimentación sensitivo-motora, es el logro de estados de equilibrio corporal que son variables entre individuos y, para diversas condiciones, de un mismo individuo. Estas variaciones pueden deberse a distintas causas (alteraciones genéticas, actividad y sedentarismo, entrenamiento y destrezas adquiridas, distintos procesos y/o diferentes estados de salud o enfermedad) siendo las centrales las asociadas a la edad.

Una de las consecuencias inmediatas y observables cuando se presenta algún tipo de problema en el control motor, o declinación de éste, es el cambio en los registros de equilibrio (aumento de variabilidad). En consecuencia, la posibilidad de tener algún tipo de detección del riesgo de caída a partir de los patrones de equilibrio (estático o dinámicos) se vuelve un interesante desafío.

Son muchas las herramientas matemáticas propuestas para el tratamiento de los datos biomecánicos, como así también los modelos que sustentan el uso de éstas. Las herramientas matemáticas no dejan de multiplicarse, resultando de especial interés la estabilidad postural y la dinámica fractal [B³aszczyk y Klonowski 2001], donde la dimensión fractal se presenta como una medida sensible para las señales de posturografía, como también el análisis no lineal de las series temporales de marcha en adultos mayores, tanto neurológicos como no neurológicos [Dingwell y Cusumano 2000] [Han y col. 2006]. Por su parte, en el procesamiento de señales hoy se cuenta con numerosas y sofisticadas herramientas de tratamiento que van desde la aplicación de las leyes de la mecánica clásica y los tratamientos usuales de señales periódicas (FT, FFT), hasta las más novedosas aplicaciones al campo biológico de herramientas desarrolladas para analizar complejas señales no estacionarias (por ej.

análisis tiempo-frecuencia multiescala).

Además de los tratamientos clásicos bien conocidos, se utilizan herramientas matemáticas de la estabilometría fractal y, en particular, se adoptan parámetros provenientes de la Teoría de los Sistemas Dinámicos [Kaplan y Glass 1997]. Esta última teoría considera que los patrones de movimiento surgen a partir de la organización sinérgica del sistema neuromuscular, la cual depende de factores morfológicos (estructuras biológicas), biomecánicos (leyes de la cinética y de la cinemática), ambientales (eventos espacio temporales) y de la tarea específica realizada (marcha, correr, saltar), y ven el envejecimiento en forma cualitativa a partir de pérdidas de frecuencias en diagramas específicos. Es decir, asumir que los patrones de movimiento son el resultado de músculos individuales y de trayectos neurales trabajando colectivamente para lograr una salida funcional acorde a las restricciones del sistema. Esto sugeriría que, las variaciones en la forma en que el sistema neuromuscular está organizado, se traducen en la variabilidad de los registros de equilibrio, pueden estar relacionadas con la salud y no con la disfuncionalidad, como lo consideran los métodos clásicos. Este enfoque novedoso, que vincula la variabilidad de parámetros biomecánicos con la salud motora del individuo, se sustenta en un modelo del movimiento que pone foco sobre sus características de “complejidad”, en el sentido propuesto por la teoría de los sistemas adaptativos complejos. Esta dinámica compleja se justifica en el alto número de grados de libertad que exhibe el aparato motor humano, tanto en su conjunto articulado de segmentos corporales, como en las acciones neuromusculares que lo movilizan. Por lo tanto, el volumen de datos, en cada uno de los ensayos, ya sea de marcha o de equilibrio ortostático, justifica la aplicación de técnicas de minería de datos, particularmente de aprendizaje automático [Chen y col. 2006].

La segmentación de pasos en estudios de marcha se ha vuelto un campo de investigación en sí mismo. Los algoritmos de segmentación son un tema fundamental para poder comprender y analizar la marcha humana, tanto normal como patológica. Poder segmentar refiere a identificar en un registro temporal, cada uno de los

pasos dados por el sujeto, con su variabilidad espacio temporal (periodo y largo de zancada). Dentro de cada ciclo de marcha se definen subciclos, cuyos parámetros, a su vez, permiten valorar el estado de equilibrio del sujeto. Diversos métodos para la segmentación de pasos de marcha, a partir de señales generadas por sensores de medidas inerciales, han sido propuestos. Entre los más destacados se encuentran el de [Shin y Park 2011], que proponen un algoritmo de estimación de longitud de pasos utilizando parámetros óptimos. Otra metodología para la segmentación de pasos fue la que utiliza un sensor de esfuerzo sobre del cuerpo, de bajo costo, con algoritmos de marcha apropiados [Godfrey y col. 2015], o algoritmos como el AdaBoost [Gheresi, Alvarez y Miralles 2014], o utilizando la forma de la señal [Ignacio Gheresi y col. 2020]. Todos los observables relevados deben ser interpretados a la luz de modelos basados en la fisiología de las unidades motoras funcionales activas, que den cuenta de la declinación debida a su remodelación con el paso del tiempo, junto con los músculos y los circuitos neurales.

Se considera, entonces, y hay recientes trabajos que así lo sugieren [Khandoker, Begg y Palaniswami 2006], que a partir de herramientas matemáticas específicas aplicadas a los patrones de equilibrio, se puede establecer la probabilidad de riesgo de caída en pacientes ancianos. Estos dispositivos y resultados pueden abrir paso al rediseño de protocolos, como así también la propuesta de medios y evaluaciones complementarias posible de ser incorporadas o sumadas a los tests cualitativos tradicionales utilizados en neurología [Davies 1998].

1.1.2. Ciclo de marcha

Caminar es una de las actividades físicas más familiares en la vida cotidiana, que se ejecuta a nivel inconsciente. El término marcha, que describe la forma de caminar, consta de ciclos consecutivos.

El ciclo de la marcha se define como el tiempo entre dos ocurrencias sucesivas de uno de los eventos repetitivos de la marcha.

El ciclo de la marcha presenta dos fases sucesivas (fase de apoyo y fase de balanceo), donde eventos biomecánicos bien definidos limitan cada una de ellas. Generalmente es conveniente utilizar el instante en el que un pie toca el suelo, llamado evento de contacto inicial (CI) para definir cuándo comienza y termina el ciclo. La figura 1.1 presenta un diagrama de las fases mencionadas con sus respectivas subfases [Jacquelin Perry 2010].

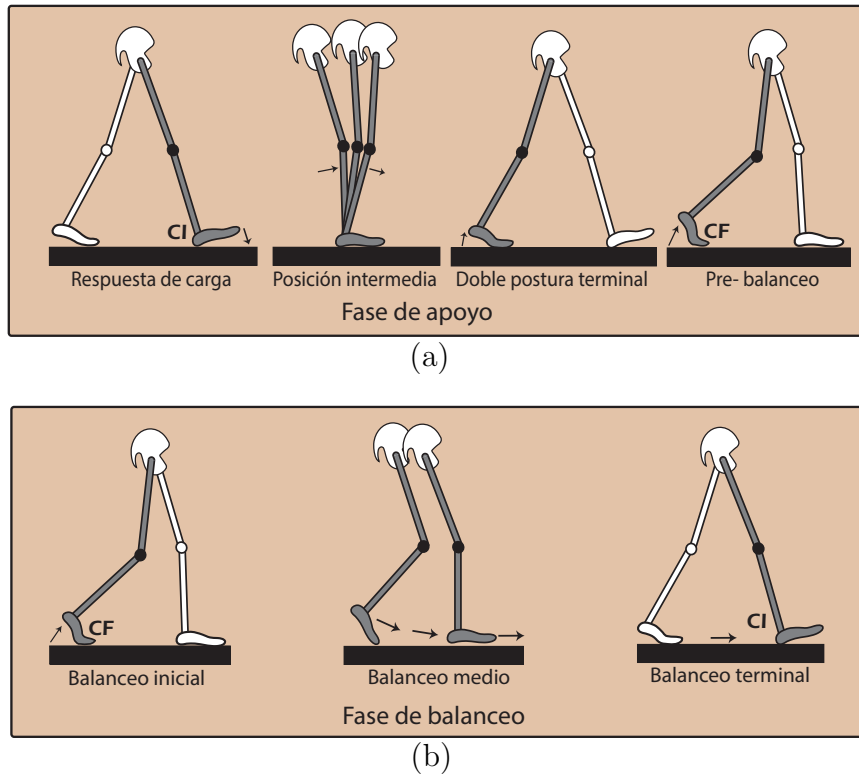


Fig. 1.1: Esquema -vista sagital- de las subfases de cada fase del ciclo de marcha. (a) Fase de apoyo. Cuando el pie está en contacto con el piso (la extremidad de apoyo es compartida). (b) Fase de balanceo. La extremidad compartida avanza a su siguiente posición para la aceptación del peso. CI refiere al evento de “contacto inicial”; CF refiere al evento de despegue del pie (ver explicación en el texto)

La fase de apoyo (cuando el pie se encuentra en tierra) se subdivide en: a) respuesta de carga (es el tiempo que ambos pies están en el suelo después del contacto inicial), b) posición intermedia (intervalo en el que se encuentra todo el peso del

cuerpo) descansando sobre esa extremidad), c) doble postura terminal (comienza con el contacto en el piso del pie contralateral y continua hasta que el miembro inicial es elevado para el balanceo), y d) pre-balanceo (el cuerpo se impulsa hacia adelante hasta que comienza la fase de pre-balanceo). La fase de apoyo comienza con el evento CI y finaliza cuando se pierde el contacto entre los dedos de los pies y el suelo (evento CF), como lo muestra la fig. 1.1

La fase de balanceo (cuando el pie se mueve hacia adelante a través del aire) se define por: a) balanceo inicial (la extremidad se acelera hacia adelante), b) balanceo medio (la extremidad pasa la extremidad de apoyo opuesta) y finalmente c) balanceo terminal (la extremidad se desacelera en preparación para el golpe del talón). Los eventos que definen la fase de balanceo son: CF a CI [Ver Fig. 1.1 (b)].

El interés y la importancia del ciclo de la marcha son múltiples: los resultados se pueden integrar, junto con otras fuentes, a efectos de la toma de decisiones clínicas, en ortopedia, fisioterapia y rehabilitación. Los parámetros del ciclo de la marcha proporcionan una guía del grado de discapacidad y pueden usarse para monitorear el progreso de un paciente que se somete a algún tipo de tratamiento. Este campo está estrechamente asociado con el diseño y evaluación de dispositivos de órtesis y prótesis de miembros inferiores.

1.2. Objetivos del trabajo

1.2.1. Objetivo general

En este trabajo se propone segmentar ciclos de marcha utilizando Modelos Ocultos de Markov (en inglés, Hidden Markov Model —HMM—), en diferentes pruebas, a partir de señales disponibles en bases abiertas.

1.2.2. Objetivos específicos

- Reconocer las fases de apoyo y balanceo aplicando un HMM supervisado.

- A partir del reconocimiento de las fases de apoyo y balanceo, indicar los instantes de contacto inicial (CI) y contacto final (CF), lo que permite segmentar el ciclo de marcha.

1.3. Aprendizaje automático y reconocimiento de patrones de marcha

1.3.1. Aprendizaje automático en medicina

A finales de la década de 1970 la Universidad de Stanford fue pionera en el diseño de programas destinados a aplicar resultados de investigación de inteligencia artificial (IA) a problemas biológicos y médicos. Entre 1973 y 1992, el proyecto SUMEX-AIM (Stanford University Medical EXperimental Computer for Artificial Intelligence in Medicine ¹) innovó en la introducción de redes de colaboración -a nivel nacional- y en el intercambio de recursos informáticos de proyectos de investigación en salud. Así surgieron las primeras aplicaciones clínicas de IA destinadas a aportar orientación en el diagnóstico de enfermedades infecciosas poco conocidas, medicamentos contra el cáncer, e incluso trabajar, por primera vez, en imágenes de retinopatía diabética.

A todos estos esfuerzos se sumó el educativo, cristalizado en el proyecto AI Handbook Project [Cohen y Feigenbaum 2014], de 1972, cuyo objetivo fue diseñar materiales didácticos para la introducción e difusión de los conceptos y principios básicos de la IA al gran público.

La creación del campo de aprendizaje automático en el área médica fue otra de sus consecuencias. Se trata de un área derivada de tres de las mayores ramas del aprendizaje automático [Kononenko 2001], como son, aprendizaje simbólico, métodos estadísticos, y redes neuronales. A lo largo de los años, las tres ramas desarrollaron métodos avanzados. Dentro de los métodos estadísticos y reconocimiento de patrones se encuentran k-vecinos más cercanos, análisis discriminante y clasificadores bayesianos. Los árboles de decisión, reglas de decisión o Inducción de programas

¹ <https://www.tcracs.org/tcrwp/biosketch/sumex-aim/>

lógicos, son métodos que se corresponden con el aprendizaje simbólico. Y la red neuronal de alimentación de múltiples capas con aprendizaje de retropropagación es un método dentro de las redes neuronales.

La pregunta rectora fue ¿qué pasaría si cada decisión médica, ya sea tomada por un intensivista o un trabajador de salud comunitario, fuera revisada instantáneamente por un equipo seleccionado de expertos que brindaran orientación para la mejor toma de decisiones? [Rajkomar, Dean y Kohane 2019]. El interrogante planteaba la posibilidad, entre otras intervenciones clínicas habituales, de contar con expertos capaces de señalar, por ej., sobredosis inadvertidas, o de detectar errores en la prescripción de medicamentos. Existiría, por primera vez, la posibilidad de resolver casos de pacientes con dolencias desconocidas o infrecuentes, gracias al redireccionamiento de la historia clínica a reconocidos expertos en campos convergentes al diagnóstico de partida. Conllevaría, también, en enfermedades frecuentes, como la hipertensión arterial, a prescribir dosis y medicamentos más efectivos, en lugar de aquellos más familiares al prescriptor.

Hoy el campo del aprendizaje automático permite, en tiempo real, personalizar cada diagnóstico, decisión de manejo y terapia, en base a toda la información conocida del paciente, incorporando saberes de la experiencia colectiva. La “medicina de precisión” conforma un nuevo marco conceptual que promete identificar las mejores terapias, en forma personalizada, al mismo tiempo que se automatizan las tareas de diagnóstico y de pronóstico, con una precisión sin precedente [Wilkinson y col. 2020].

Muchas fueron las metodologías utilizadas para el aprendizaje automático en el campo médico [Chen y col. 2005]. El análisis de cluster para encontrar grupos de personas con depresión mental de diferentes edades, es uno de los ejemplos.

Algoritmos de aprendizaje automático tales como gaussian process regression, epsilon-support vector regression, lineal regression y nu-support vector regression, se utilizaron para medir, por ejemplo, el grado de relación del patrón de marcha de

una persona y su calidad de sueño [X. Liu y col. 2019].

En el año 2019 la IA, junto al aprendizaje automático, abordaron el problema del cáncer de próstata [Goldenberg, Nir y Salcudean 2019], dado que estas herramientas pueden ser especialmente útiles en el tratamiento de este tipo de cáncer. A ello se suman aplicaciones cada vez mayores en el diagnóstico por imagenología, en intervenciones quirúrgicas, en la formación y evaluación de habilidades, en patología digital y genómica, entre otras. Frente al manejo de grandes volúmenes de datos, los autores consideran necesario que los patólogos, como usuarios, a su vez, de un alto volumen de imágenes y de datos de patología, comprendan esta ciencia, y reconozcan el desarrollo de aplicaciones, altamente precisas, de aprendizaje automático, lo cual requerirá de la colaboración entre científicos de datos, investigadores e ingenieros informáticos, para una adecuada toma de decisiones. Todos estos estudios estimulan, a su vez, el desarrollo de algoritmos de clasificación, como *naives bayes*, *logistic regression* or *support vector machine*, para predecir el grado de las imágenes histopatológicas del tejido prostático, o bien, el desarrollo de redes neuronales convolucionales aplicadas a la mejora de imágenes digitalizadas y al reconocimiento de patrones [Cleophas, Zwinderman y Cleophas-Allers 2013].

1.3.2. Aprendizaje automático para la segmentación de los ciclos de marcha

La marcha es reveladora y predictora de múltiples patologías. Es por ello, que se buscan sistemas de procesamiento de datos que permitan abordar la predicción temprana de problemas de salud [Pogorelc, Bosnić y Gams 2012]. La biomecánica de la marcha del adulto mayor se adquiere mediante un sistema de captura de movimiento que consta de marcadores colocados en el cuerpo y de cámaras con sensores montados en la pared. Las posiciones de las etiquetas son adquiridas por los sensores. Las series temporales de las coordenadas de posición resultante se analizan con algoritmos de aprendizaje automático, con el fin de reconocer problemas específicos.

Los algoritmos utilizados fueron support vector machine, decision tree, k-Nearest neighbors, random forest, naive bayes, neural network y majority class. Los mejores resultados se obtuvieron a partir de k-Nearest neighbors y random forest.

Otros algoritmos de aprendizaje automático han sido utilizados para segmentar los ciclos de marcha humana a partir de señales adquiridas con diferentes sensores. Entre los principales antecedentes se cuentan los diez algoritmos - aplicados y comparados- por [Kececi y col. 2020], utilizando la base abierta de marcha HuGaDb², de los cuales, los llamados: IB1, ramdon forest y red bayesiana obtuvieron una precisión mayor al 95 % en la detección de los pasos.

En pacientes con esclerosis múltiple la velocidad de marcha es el indicador principal de los resultados en la investigación y en la práctica clínica [McGinnis y col. 2017]. Los datos de la velocidad se procesan con algoritmos basados en support vector regression, como metodología de aprendizaje supervisado, con el que se entrena un modelo estadístico que relaciona las mediciones de la cinemática de la marcha, con la velocidad.

1.4. Modelos Ocultos de Markov aplicados

1.4.1. Reconocimiento automático de la voz

En la década de 1970, en la Universidad de Carnegie-Mellon, Baker, Jelinek y sus colegas comenzaron a explorar el campo del reconocimiento automático de la voz, a partir de un trabajo independiente de sus autores. El trabajo de Baum y sus colegas, a fines de la década de 1960 y principios de la de 1970 sobre algoritmos eficientes para la estimación de HMM, hizo posible la aplicación práctica al reconocimiento de la voz. Fue recién en la década de 1980, cuando la comunidad académica experimentó un cambio sustancial debido a la publicación general de la teoría del HMM. Desde entonces, los HMM se han convertido en el enfoque más exitoso para el modelado acústico del reconocimiento del habla y del hablante, y son actualmente utilizados

² <https://github.com/romanchereshnev/HuGaDB>

por grupos de investigación del habla. [Riis 1998].

Una investigación actual [Palaz, Magimai-Doss y Collobert 2019] propone un modelado acústico utilizando redes neuronales convolucionales (CNN). La CNN toma como señal de entrada la voz sin procesar y estima las probabilidades condicionales de las clases de estados de un HMM, en la salida. .

Los avances recientes en el aprendizaje automático han demostrado que los sistemas se pueden entrenar de manera integral, es decir, sistemas en los que cada paso se aprende simultáneamente, teniendo en cuenta todos los demás pasos y la tarea final de todo el sistema. Esto es referido al deep learning principalmente, porque tales arquitecturas se componen de muchas capas (se supone que proporcionan un nivel creciente de abstracción), en comparación con lo niveles clásicos superficiales [Hinton, Osindero y Teh 2006].

Derivados de estas aplicaciones, y debido al hecho de que el lenguaje manuscrito también es secuencial, como el hablado, surgieron aplicaciones dedicadas al reconocimiento de la escritura manual [Plötz y Fink 2012]. Muchos esfuerzos se destinaron a lograr sistemas de lectura, es decir, máquinas que intentan recrear las capacidades humanas de la lectura, de la escritura impresa o de la manuscrita. Todas ellas de interés para el análisis de documentos (como clasificación de correo, procesamiento de cheques bancarios, etc.) e interfaces hombre-computadora innovadoras (entrada basada en lápiz). Los HMMs representan un marco muy adecuado para el análisis de datos secuenciales, en general, y para procesar escritura manuscrita en particular.

1.4.2. Reconocimiento de entornos con robots móviles

Los robots autónomos móviles se han estado desarrollando para múltiples propósitos. Su esencia principal es la de realizar tareas de navegación con capacidad para adaptarse autónomamente en forma apropiada a ambientes en variadas condiciones. Entre las principales tareas que desempeñan estas máquinas, se mencionan, por ejemplo, la localización de objetos, la exploración de nuevos espacios, la identifica-

ción de la mejor ruta, el transporte de objetos a destinos designados, el mapeo para la identificación de condiciones del terreno.

Un nuevo enfoque para el mapeo de terrenos y la clasificación mediante robots móviles con láser 2D -buscadores de rango- fue propuesto por [Wolf y col. 2005], mediante un HMM para generar mapas de terreno en 3D y, de este modo, poder clasificarlos en navegables o no navegables.

Savate y col. [Savage y col. 2018] a partir del algoritmo de Viterbi, con lecturas láser cuantificadas, pudieron lograr una estimación de dónde se encuentra el robot usando un HMM. Además, si se incorpora al HMM la información de la trayectoria, éste permite obtener la posición y orientación relacionada con una serie de nodos de esa trayectoria. Es decir, el funcionamiento se basa en un esquema secuencial.

1.4.3. Aprendizaje y reconocimiento de patrones del movimiento corporal humano

Para reconocer los movimientos del ser humano y generar los movimientos interactivos de un robot se propuso combinar jerárquicamente tres grupos de HMMs. Los HMMs de la capa inferior abstraen los patrones de movimiento y los HMMs de la capa superior representan los patrones de interacción. Se demuestra la validez de este modelo a través de un combate de kick boxing entre, un humano capturado por movimiento y un robot humanoide, donde el robot puede generar de forma autónoma su movimiento en respuesta a los ataques del humano [Takano y col. 2006].

Una tendencia actual en medicina son los sistemas de terapias domiciliarias. Este concepto consiste en permitir a los pacientes realizar parte de la rehabilitación en su domicilio y comunicar, a través de internet, la evolución del proceso de recuperación. Para ello se propone la utilización de algoritmos inteligentes que permitan evaluar la corrección de los movimientos de pacientes, luego de una artroplastía de cadera. Uno de los algoritmos utilizado fue un HMM [Deters y Rybarczyk 2018].

1.5. Modelos Ocultos de Markov en estudios de marcha humana

El HMM es una base común que se utiliza para inferir las fases de la marcha y, de esa manera, diagnosticar el estado del paciente para evaluar el tratamiento de rehabilitación que requiere. Hay trabajos donde se consideran seis estados ocultos [Bae y Tomizuka 2011], y donde se utilizan las fuerzas de reacción del suelo (GRF) como datos observados del modelo HMM.

En un estudio reciente [Attal y col. 2020] fueron utilizados HMMs no supervisados para detectar las seis fases consideradas en un ciclo de marcha. Los mismos son comparados, a su vez, con la performance obtenida con otros algoritmos supervisados y no supervisados.

La señal de velocidad angular, suavizada y filtrada, adquirida por sensores inerciales en zapatos instrumentados fue elegida como el dato de entrada de un rasgo característico temporal de 15 dimensiones [L. Liu y col. 2021]. Luego, un HMM de 4 estados permitió segmentar la marcha.

Un campo de aplicación floreciente de los HMMs es el estudio de prótesis para personas amputadas de su miembro inferior. Un HMM de 5 estados [Peng y col. 2020] fue desarrollado para predecir la etapa inicial de la marcha de cada miembro y obtener, de este modo, información crítica para el control de la marcha de las prótesis de los miembros inferiores.

A continuación, se desarrollarán los aspectos teóricos relevantes asociados a estos modelos.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Cadenas de Markov discretas

Andrey Andreyevich Markov introdujo las cadenas de Markov en 1906 cuando produjo los primeros resultados teóricos para los procesos estocásticos, utilizando el término “cadena” por primera vez [Dymarski 2011].

Las cadenas de Markov están relacionadas con el movimiento browniano y la hipótesis ergódica, dos temas que en la física fueron importantes en los primeros años del siglo XX. Markov parece haber llegado a sus resultados a partir de una motivación matemática, a saber, la extensión de la ley de grandes números a eventos dependientes.

Las cadenas de Markov se centran en el análisis del comportamiento de procesos estocásticos.

Un proceso estocástico es un conjunto de variables aleatorias z_t donde el índice t toma valores de un conjunto C . Este conjunto será ordenado y corresponde a los instantes temporales. Para cada valor t del conjunto C (en cada instante temporal) se define una variable aleatoria z_t , y los valores observados de las variables aleatorias en distintos instantes forman una serie temporal. Es decir, una serie de T datos, $(z_1, \dots, z_t, \dots, z_T)$, es una muestra de tamaño uno del vector aleatorio, ordenadas en el tiempo, correspondientes a los instantes $t = 1, \dots, T$. La serie observada se considera una realización o trayectoria del proceso estocástico.

Una cadena de Markov discreta es una secuencia de variables aleatorias $\mathbb{Z}_t = z_1, z_2, \dots, z_t$ que adopta un conjunto discreto de valores llamados estados: $1, 2, \dots, N$

Propiedad de Markov:

La probabilidad de que una cadena de Markov se encuentre en un estado parti-

cular en un determinado instante depende solamente del estado de la cadena en el instante anterior (Ec. 2.1):

$$P(z_t|z_{t-1}, \dots, z_1) = P(z_t|z_{t-1}) \text{ (Ec. 2.1)}$$

Por ejemplo, una cadena de Markov de tres estados puede representarse gráficamente como muestra la figura 2.1:

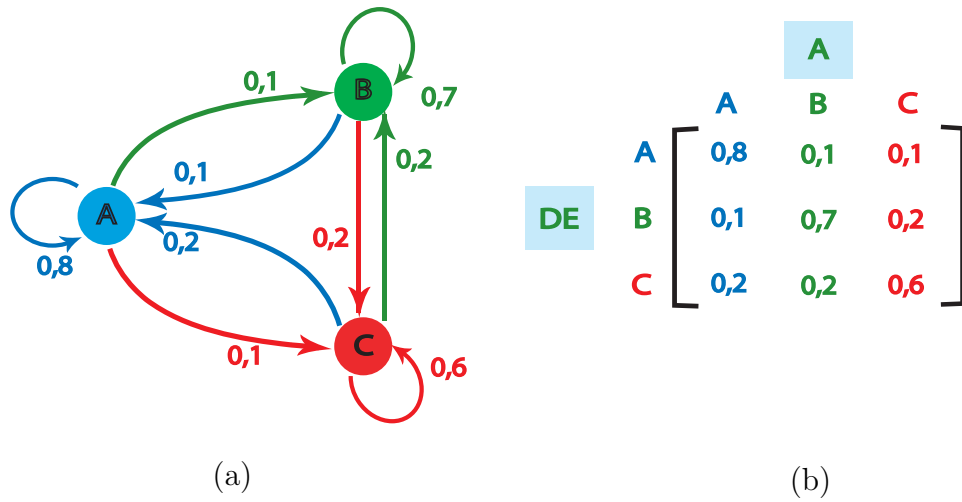


Fig. 2.1: Cadena de Markov de tres estados. (a) Gráfico de nodos que representa las probabilidades de transiciones, (b) forma general de la matriz cuyos elementos son las probabilidades de transiciones entre estados.

El esquema de la derecha corresponde a una cadena de 1^{er} orden, de tres estados indicados como A, B, y C en el diagrama. Los bucles indican las probabilidades de volver al mismo estado, o de pasar a alguno de los otros estados en forma recíproca. La figura 2.1(b) muestra la representación matricial general. Se trata de una matriz 3x3 donde la primera columna indica las probabilidades de transición asociadas al estado A, la segunda, las correspondientes al estado B y, finalmente, las transiciones posibles al estado C. Se han indicado, por claridad, con colores diferentes para facilitar su visualización.

A menudo el término cadena de Markov se utiliza para referirse a un proceso de Markov que tiene un espacio de estado discreto (finito o contable). Por lo general,

una cadena de Markov se definiría para un conjunto discreto (es decir, una cadena de Markov de tiempo discreto) aunque algunos autores usan la misma terminología donde el tiempo puede tomar valores continuos.

2.2. Modelos Ocultos de Markov

Un Modelo Oculto de Markov (HMM) es un modelo estadístico que permite caracterizar datos observados a partir de eventos ocultos como factores causales del modelo probabilístico que genera dichos datos. Puede ser considerado como una forma específica de Redes dinámicas bayesianas, las cuales se basan en la teoría de Bayes (Bayes & Price, 1763).

La historia de los HMMs comprende dos partes. Por un lado, la historia del proceso de Markov y las cadenas de Markov en sí mismas, y por el otro, la historia de los algoritmos necesarios para desarrollar un HMM con el fin de resolver problemas en las ciencias aplicadas.

La teoría básica fue publicada por primera vez en una serie de artículos científicos a fines de los 60's por Leonard E. Baum y colegas, siendo los modelos desarrollados a principios de los años 70.

En los 70's fueron implementados modelos para el procesamiento de voz en Carnegie Mello University, por J.K. Baker, Frederick Jelinek, y colegas en IBM, como fuera mencionado en 1.3.1.

En la segunda mitad de la década de 1980, los HMMs comenzaron a ser aplicados al análisis de secuencias biológicas, en particular de ADN. Desde entonces, se han hecho ubicuos en el campo de la bioinformática.

Un HMM consta de dos procesos estocásticos:

- El primer proceso estocástico es una cadena de Markov que se caracteriza por estados y probabilidades de transición. Los estados de la cadena no son visibles externamente, por lo tanto están ocultos.

- El segundo proceso estocástico produce emisiones observables en cada momento, dependiendo de una distribución de probabilidad que depende a su vez del estado, por lo que cada estado tendrá asociada una distribución que genera dicha emisión (Ec. 2.2):

$$b_j(x_t) = P(x_t|z_t = j) \text{ (Ec. 2.2)}$$

donde x_t corresponde a la observación emitida en el instante t por el estado j .

La figura 2.2 representa el esquema de un HMM.

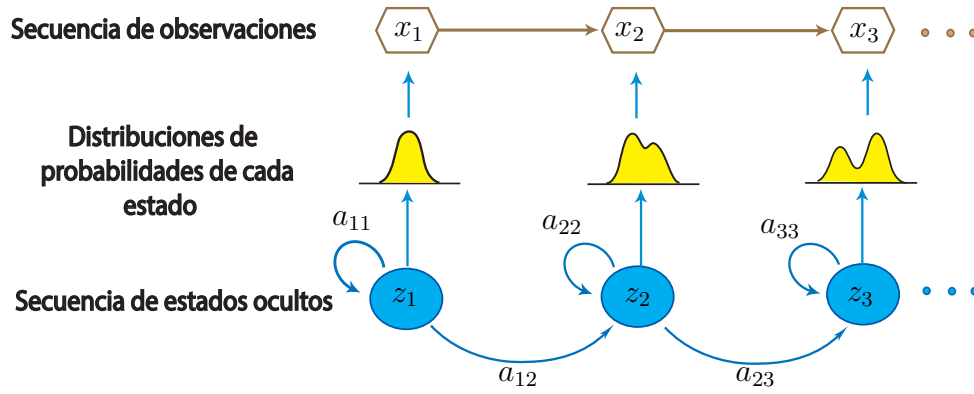


Fig. 2.2: Esquema de un HMM en los primeros 3 instantes, en el cual z_1, z_2, z_3 representan una secuencia de estados ocultos, $b_1(x_t), b_2(x_t), b_3(x_t)$ son las distribuciones de probabilidades de cada estado, x_1, x_2, x_3 la emisiones observables y a_{ij} las probabilidades de transiciones entre estados.

Los parámetros que caracterizan a una HMM son:

1. Distribuciones de observaciones por estado:

$$B = [b_j(x)] \text{ con } b_j(x_t) = P(x_t|z_t = j)$$

2. Una matriz A de probabilidades de transición $A = a_{ij}$. Matriz de dimensión $N \times N$, siendo N la cantidad de estados del modelo.

La suma de las probabilidades de cada fila tiene que ser igual a 1. Con $a_{ij} = P(z_t = j / z_{t-1} = i)$, dónde: a_{ij} determina la probabilidad de pasar del estado i al estado j .

3. Probabilidades iniciales de estados: $\Pi = [\pi_1]$ con $\pi_1 = P(z_1 = i) \ 1, 2, \dots, N$

Un HMM tiene dos supuestos principales:

1. El supuesto heredado de las cadenas de Markov (Ec. 2.3):

$$P(z_t / z_{t-1}, \dots, z_1) = P(z_t / z_{t-1}) \text{ (Ec. 2.3)}$$

2. La probabilidad de que una observación x_t sea emitida en el instante t depende solo del estado z_t y es independiente de las observaciones y los estados anteriores. Esto significa que dada una secuencia parcial de estados $\mathbb{Z}_t = z_1, z_2, \dots, z_t$ que emite una secuencia parcial de observaciones $\mathbb{X}_t = x_1, x_2, \dots, x_t$, se cumplirá (Ec. 2.4):

$$P(x_t / \mathbb{X}_{t-1}, \mathbb{Z}_t) = P(x_t / z_t) \text{ (Ec. 2.4)}$$

En resumen se pueden sintetizar los siguientes aspectos:

- El parámetro $\lambda = (A, B, \Pi)$ define y caracterizan a un HMM.
- Es necesario una secuencia de observaciones, $\mathbb{X} = x_1, \dots, x_T$
- En cada paso de t a $t + 1$ se realiza una transición de un estado i a un estado j con una probabilidad a_{ij} , y se emite una observación x_t con probabilidad $b_j(x_t)$.
- Se busca determinar el conjunto de estados posibles que generaron las observaciones.

2.3. Problemas de un HMM

Un HMM tiene 3 problemas básicos:

1. Problema de procesamiento:

Dada la secuencia de observaciones $\mathbb{X} = x_1, x_2, \dots, x_T$ y dado un modelo HMM con sus parámetros definidos $\lambda = (A, B, \Pi)$, es necesario calcular de manera eficiente $P(\mathbb{X})$ (Ec. 2.5):

$$P(\mathbb{X}) = P(x_1, x_2, \dots, x_T) = \sum_{\mathbb{Z}} P(x_1, \dots, x_T, z_1, \dots, z_T) = \sum_{\mathbb{Z}} \prod_t P(x_t | z_t) P(z_t | z_{t-1}) \quad (\text{Ec.5})$$

Donde $\mathbb{X}$ es la secuencia de observaciones, y $\mathbb{Z}$ son todas las secuencias posibles de estados.

Por lo tanto, la cantidad necesaria de cómputo para realizar el cálculo es N^T .

2. Determinar la secuencia de estados subyacentes:

Dada una secuencia de observaciones $\mathbb{X} = x_1, \dots, x_T$ y un modelo $\lambda = (A, B, \Pi)$, determinar la correspondiente secuencia óptima de estados subyacentes $\mathbb{Z} = z_1, \dots, z_T$.

3. Problema de entrenamiento:

Refiere a cómo estimar los parámetros del modelo $\lambda = (A, B, \Pi)$ a partir de un conjunto de observaciones de entrenamiento.

2.4. Resolución del problema de procesamiento

Existen dos algoritmos posibles o la combinación de ellos para su resolución: algoritmos **Forward** y **Backward**.

2.4.1. Algoritmo Forward

Es un algoritmo de programación dinámica, es decir, un algoritmo que utiliza una tabla (trellis) para almacenar valores intermedios a medida que aumenta la probabilidad de la secuencia de observación. Calcula la probabilidad de observación sumando las probabilidades de todas las posibles rutas de estado ocultas que podrían generar esa secuencia de observación, pero lo hace de manera eficiente al plegar implícitamente cada una de estas rutas en una sola variable de avance.

Utiliza la inducción para solucionar el problema de procesamiento.

Cada celda del trellis del algoritmo representa la probabilidad de estar en el estado i después de ver las primeras t observaciones. El valor de cada celda se calcula sumando las probabilidades de cada camino que podría llevarnos a esta celda. Por lo tanto, se define la variable forward (Ec. 2.6), que determina la probabilidad de cada celda.

$$\alpha_t(i) = P(x_1, \dots, x_t, z_t = i) \text{ (Ec. 2.6)}$$

donde $z_t = i$ significa: el t -ésimo estado en la secuencia es el estado i .

Se calcula la probabilidad $\alpha_t(i)$ sumando las extensiones de todos los caminos que conducen a la celda actual. Para un estado dado, z_t , en el tiempo t , el valor $\alpha_t(i)$ se calcula como (Ec. 2.7):

$$\alpha_t(i) = \left[\sum_{j=1}^N \alpha_{t-1}(j) a_{i,j} \right] b_j(x_t) \text{ donde } 1 \leq t \leq T - 1 \text{ (Ec. 2.7)}$$

donde:

- α_{t-1} : probabilidad de ruta de avance anterior.
- $a_{i,j}$: probabilidad de transición del estado anterior $z_{t-1} = i$ al estado actual $z_t = j$.
- $b_j(x_t)$: probabilidad de observación x_t generada por la distribución que se corresponde al estado actual j .

La fig. 2.3 representa parte de un esquema posible del algoritmo.

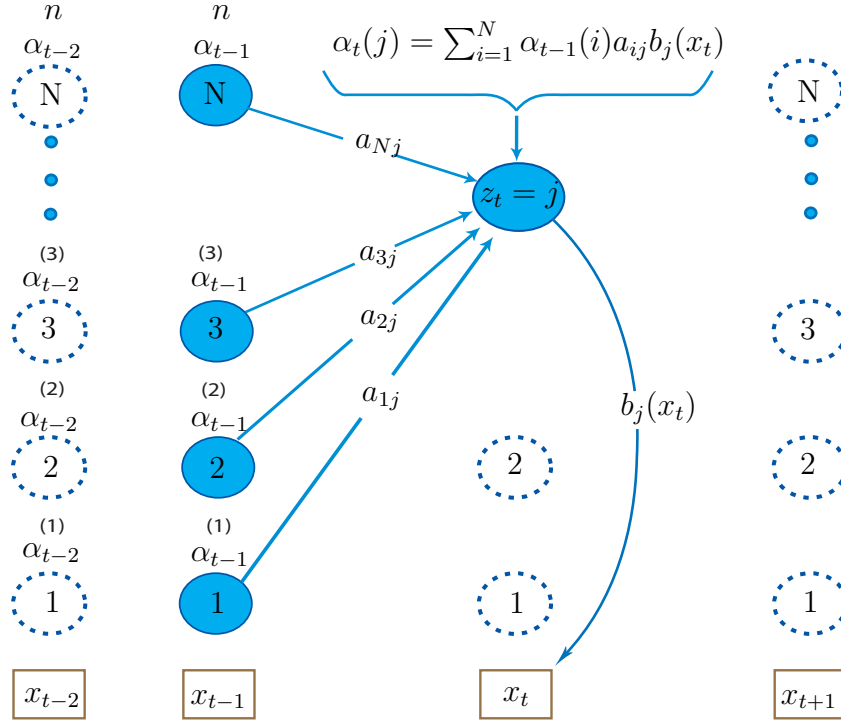


Fig. 2.3: Cálculo de un solo elemento $\alpha_t(i)$ del trellis sumando todos los valores anteriores α_{t-1} , ponderados por sus probabilidades de transición a , y multiplicando por la probabilidad de observación $b_j(x_t)$. Los estados ocultos son representados por círculos y las observaciones por cuadrados. Los círculos sombreados se incluyen en el cálculo de la probabilidad de $\alpha_t(i)$.

Cada paso de inducción requiere N^2 , por lo que el número total de operaciones es $N^2.T$.

Los pasos para desarrollar el algoritmo Forward son:

1. Iniciación: $\alpha_1(j) = \pi_j b_j(x_1)$ donde $1 \leq j \leq N$
2. Inducción: $\alpha_{t+1}(j) = \left[\sum_{i=1}^N \alpha_t(i) a_{ij} \right] b_j(x_{t+1})$ donde $1 \leq t \leq T$ y $1 \leq j \leq N$
3. Finalización: $P(\mathbb{X}) = \sum_{i=1}^N \alpha_T(i)$

2.4.2. Algoritmo Backward

Es similar al algoritmo forward, y se define como (Ec. 2.8):

$$\beta_t(i) = P(x_1, x_2, x_3, \dots, x_t, z_t = i) \text{ (Ec. 2.8)}$$

Los pasos del algoritmo Backward son:

1. Iniciación: $\beta_T(i) = \frac{1}{N}$ donde $1 \leq i \leq N$
2. Inducción: $\beta_t(i) = \left[\sum_{j=1}^N a_{ij} b_j(x_{t+1}) \beta_{t+1}(j) \right]$ donde $1 \leq t \leq T-1$ y $1 \leq i \leq N$
3. Finalización: $P(\mathbb{X}) = \sum_{i=1}^N \pi_i b_i(x_1) \beta_1(i)$

En la figura 4.4 se muestra un paso de la secuencia del algoritmo.

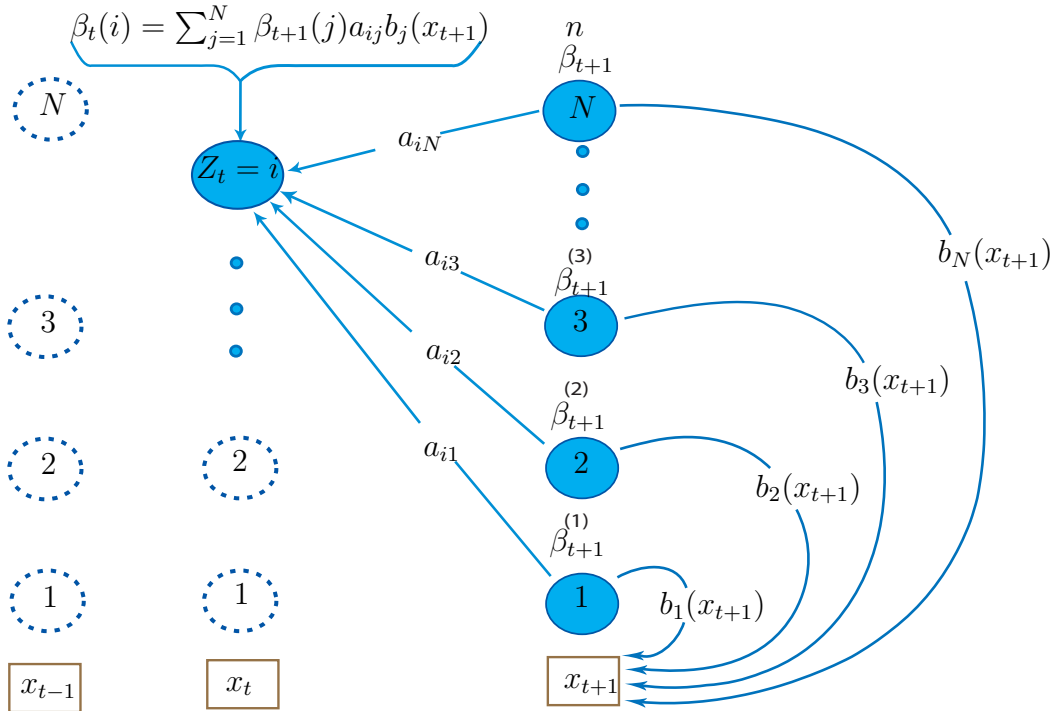


Fig. 2.4: Cálculo de $\beta_t(i)$ sumando todos los valores sucesivos $\beta_{t+1}(j)$ ponderados por sus probabilidades de transición a_{ij} y sus probabilidades de observación $b_j(x_{t+1})$.

2.5. Secuencia óptima de estados subyacentes

Una secuencia de observación pudo haber sido originada por cualquier secuencia de estados, por lo que se utiliza el siguiente criterio para determinar la secuencia de estados óptima (Ec. 2.9):

$$\hat{\mathbb{Z}} = \underset{\forall z}{\operatorname{argmax}} P(\mathbb{Z}|\mathbb{X}) \text{ (Ec. 2.9)}$$

Aplicando el teorema de Bayes, y teniendo en cuenta que $P(\mathbb{X})$ no depende de una secuencia de estados particular, la expresión queda determinada como (Ec. 2.10):

$$\hat{\mathbb{Z}} = \underset{\forall z}{\operatorname{argmax}} P(\mathbb{Z}, \mathbb{X}) \text{ (Ec. 2.10)}$$

Esta expresión tiene el mismo problema de complejidad indicado en el problema de procesamiento.

2.5.1. Algoritmo de Viterbi

Este algoritmo fue presentado por primera vez en una publicación realizada en 1967 por Andrew J. Viterbi para ayudar a demostrar un límite superior asintóticamente óptimo en la probabilidad de error de los códigos convolucionales [Forney Jr 2005].

Es un método de programación dinámica, que utiliza una tabla de almacenamiento trellis para determinar la secuencia más probable de estados subyacentes que generan una cadena de Markov.

Se define una variable $\phi_t(j)$ (variable de Viterbi) que representa la probabilidad de cada celda del trellis, de que el HMM esté en el estado j después de las primeras t observaciones, y de haber pasado por la secuencia de estados más probable $z_1, z_2, \dots, z_t$. El valor de cada celda $\phi_t(j)$ queda determinada como la máxima probabilidad que representa una secuencia de estados ocultos (mejor trayectoria) hasta el instante t (Ec. 2.11):

$$\phi_t(j) = \max_{\forall z_1, \dots, z_{t-1}} P(\mathbb{Z}_{t-1}, z_t = j, \mathbb{X}_t) \quad (\text{Ec. 2.11})$$

la cual es similar a la recursión Forward: $\alpha_t(i) = \sum_{j=1}^N P(\mathbb{Z}_{t-1}, z_t = j, \mathbb{X}_t)$

Se demuestra que $\phi_t(j)$ puede ser calculado de la siguiente manera (Ec. 2.12):

$$\phi_t(j) = b_j(x_t) \max_{1 \leq i \leq N} [\phi_{t-1}(i)] a_{ij} \quad \text{con } 1 \leq j \leq N \text{ y } 2 \leq t \leq T \quad (\text{Ec. 2.12})$$

donde:

- $b_j(x_t)$: probabilidad de observación en el instante t dado el estado actual j .
- a_{ij} : probabilidad de transición del estado previo i al estado actual j .
- $\phi_{t-1}(i)$: variable de Viterbi hasta el paso anterior.

Para el instante 1 se calcula ϕ_t como (Ec. 2.13):

$$\phi_1(j) = \pi_j b_j(x_1) \quad \text{con } 1 \leq j \leq N \quad (\text{Ec. 2.13})$$

Entonces, la probabilidad de que ocurra la secuencia de estados óptima hasta el instante $T - 1$ para la secuencia de observaciones $\mathbb{X}$ queda definida como (Ec. 2.14):

$$\max_{\forall \mathbb{Z}_{T-1}} P(\mathbb{Z}_{T-1}, z_T = j, \mathbb{X}_{T-1}) = \max_{1 \leq j \leq N} \phi_T(j) \quad (\text{Ec. 2.14})$$

y el estado óptimo en el instante T será (Ec. 2.15):

$$\hat{z}_T = \operatorname{argmax}_{1 \leq j \leq N} (\phi_T(j)) \quad (\text{Ec. 2.15})$$

Por lo tanto, la probabilidad de la secuencia total de estados más probables queda determinada por (Ec. 2.16):

$$\max_{\forall \mathbb{Z}} P(\mathbb{Z}, \mathbb{X}) = \max_{1 \leq j \leq N} (\phi_T(j)) \quad (\text{Ec. 2.16})$$

Para hallar la secuencia de estados óptima es necesario definir una variable ψ_t que almacene el estado anterior del cual proviene el estado actual de máxima probabilidad (Ec. 2.17):

$$\psi_t(j) = \underset{\forall 1 \leq i \leq N}{\operatorname{argmax}} (\phi_{t-1}(i)a_{ij}) \text{ con } 1 \leq j \leq N \text{ y } 2 \leq t \leq T \text{ (Ec. 2.17)}$$

Definida esta variable $\psi_t(j)$, y calculando los $\phi_1(j)$, es posible obtener el camino óptimo haciendo un recorrido del trellis de atrás hacia adelante (back-tracking).

Los pasos del algoritmo son:

■ Inicialización:

$$\phi_t(j) = \pi_i b_j(x_1) \text{ para } 1 \leq i \leq N$$

■ Recursión:

$$\phi_t(j) = b_j(x_t) \underset{\forall 1 \leq i \leq N}{\max} \phi_{t-1}(i)a_{ij} \text{ con } 1 \leq j \leq N \text{ y } 2 \leq t \leq T$$

$$\psi_t(j) = \underset{\forall 1 \leq i \leq N}{\operatorname{argmax}} \phi_{t-1}(i)a_{ij} \text{ con } 1 \leq j \leq N \text{ y } 2 \leq t \leq T$$

■ Finalización:

$$\underset{\forall \mathbb{Z}}{\max} P(\mathbb{Z}, \mathbb{X}) = \max_{1 \leq j \leq N} (\phi_T(j))$$

■ Back-tracking:

$$\hat{z}_t = \psi_{t+1} \hat{z}_{t+1} \text{ para } t = T-1, \dots, 1$$

Los modelos se ejecutan en una secuencia cronológica causal y, por lo tanto, los estados del modelo se pueden clasificar linealmente. Las probabilidades de transición a estados, que describen segmentos de datos que se encuentran hacia atrás en el tiempo, se establecen constantemente en cero.

2.6. Resolución del problema de entrenamiento de un HMM

Para la resolución de este problema se utiliza el algoritmo Forward-Backward o algoritmo de Baum-Welch, siendo este algoritmo un caso especial del algoritmo Expectation-Maximization (EM).

La historia del algoritmo EM está directamente relacionado con la historia del procedimiento de estimación por Máxima Verosimilitud, desarrollado por Ronald A. Fisher entre 1912 y 1922.

En 1977, en un trabajo escrito por Arthur Dempster, Nan Laird, y Donald Rubin en un Journal of the Royal Statistical Society se le da el nombre de Expectation-Maximization al algoritmo.

Es utilizado para encontrar estimaciones de máxima verosimilitud de parámetros en modelos probabilísticos, donde el modelo depende de variables latentes no observadas.

El algoritmo de Baum-Welch alterna entre realizar un paso de expectativa (E), que calcula una expectativa de probabilidad al incluir las variables latentes como si fueran observadas, y el paso de maximización (M), que calcula las estimaciones por máxima verosimilitud de los parámetros, maximizando la probabilidad esperada encontrada en el paso (E). Los parámetros que se encuentran en el paso M se utilizan para comenzar otro paso (E) y así el proceso se repite.

Este algoritmo no garantiza el máximo global.

Utilizando los algoritmos Forward y Backward se estiman las probabilidades de transición a_{ij} y los parámetros que caracterizan a las distribuciones correspondientes a cada estado, estimaciones necesarias para solucionar el problema de entrenamiento.

2.6.1. Estimación de la probabilidad de transición a_{ij}

Primero, se define ξ_j como la probabilidad de transición de un estado i a un estado j en el instante t , dada una secuencia de observaciones (Ec. 2.18):

$$\xi_t(i, j) = P(z_t = i, z_{t+1} = j / \mathbb{X}) \quad (\text{Ec. 2.18})$$

Para calcular ξ_t es necesario calcular una probabilidad similar, ξ'_t (Ec. 2.19), que representa la probabilidad correspondiente a la resolución del numerador de la probabilidad condicional ξ_t .

$$\xi'_t = P(z_t = i, z_{t+1} = j, \mathbb{X}) \quad (\text{Ec. 2.19})$$

La figura 2.5 muestra las distintas probabilidades que convergen en el cálculo de ξ'_t : la probabilidad de transición del instante t al $t + 1$, la probabilidad α antes del instante $t + 1$, la probabilidad β después del instante $t + 1$ y la probabilidad de observación recién después de t . Estas cuatro probabilidades se multiplican para calcular ξ'_t (Ec. 2.19).

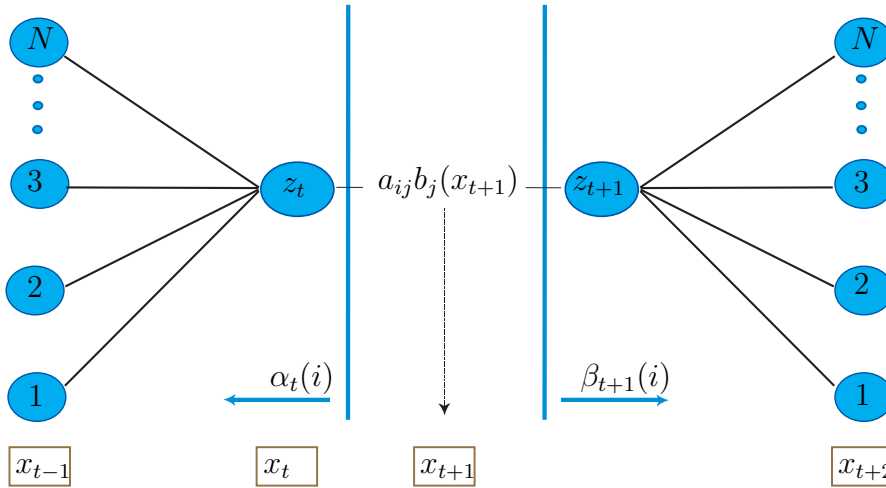


Fig. 2.5: Cálculo de la probabilidad conjunta de estar en el estado i en el tiempo t y el estado j en el tiempo $t + 1$. La figura muestra las diversas probabilidades que deben combinarse para producir $P(z_t = i, z_{t+1} = j, \mathbb{X})$: las probabilidades α y β , la probabilidad de transición a_{ij} , y la probabilidad de observación $b_j(x_{t+1})$

De esta manera queda determinada ξ'_t (Ec. 2.20).

$$\xi'_t = \alpha_t(i)a_{ij}b_j(x_{t+1})\beta_{t+1}(j) \text{ (Ec. 2.20)}$$

La probabilidad de observación $P(\mathbb{X})$ es la probabilidad Forward de toda la expresión (o alternativamente la probabilidad Backward de toda la expresión), como se expresan en Ec. 2.7 y Ec. 2.8. Pero también es posible hacer una combinación de ambas probabilidades para calcular dicha probabilidad (Ec. 2.21).

$$P(\mathbb{X}) = \sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(i) \text{ (Ec. 2.21)}$$

Finalmente se calcula ξ_t como (Ec. 2.22):

$$\xi_t(i, j) = \frac{\xi'_t}{P(\mathbb{X})} = \frac{\alpha_t(i)\beta_{t+1}(j)b_j(x_{t+1})a_{ij}}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(j)} \text{ (Ec. 2.22)}$$

El número esperado de transiciones del estado i al estado j es entonces la suma de todo t de ξ . Para estimar a_{ij} es necesario determinar el número total esperado de transiciones desde el estado i , lo que es posible de obtener sumando todas las transiciones fuera del estado i . De esta manera la estimación $\hat{a}_{ij}$ se calcula como (Ec. 2.23):

$$\hat{a}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \sum_{k=1}^N \xi_t(i, k)} \text{ (Ec. 2.23)}$$

2.6.2. Estimaciones de los parámetros de las distribuciones gaussianas correspondientes a cada estado

Para ello es necesario calcular la probabilidad de ocupación de un estado dada la secuencia de observaciones (Ec. 2.24):

$$\gamma_t(j) = P(z_t = i/\mathbb{X}) = \frac{P(z_t=i, \mathbb{X})}{\sum_{i=1}^N P(z_t=i, \mathbb{X})} \text{ (Ec. 2.24)}$$

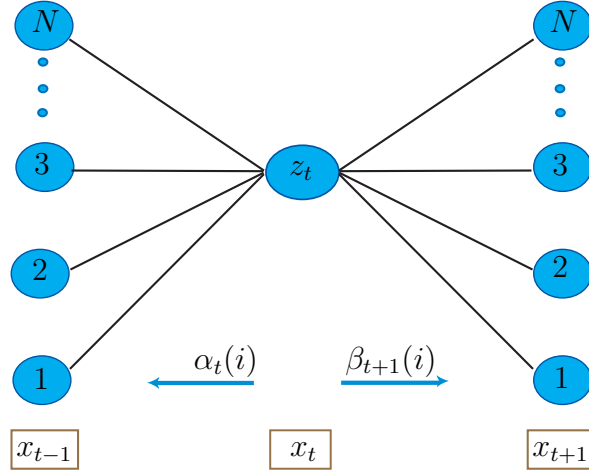


Fig. 2.6: Cálculo de $\gamma_t(j)$, probabilidad de estar en el estado j en el tiempo t . Como $\gamma_t(j)$ es un caso degenerado de ξ , esta figura es una versión de la figura 2.5 con el estado i colapsado con el estado j .

Como se muestra en la figura 2.6, $\gamma_t(j)$ puede ser calculada de forma eficiente utilizando las recursiones Forward y Backward (Ec. 2.25):

$$\gamma_t(j) = P(z_t = j/\mathbb{X}) = \frac{\alpha_t(j)\beta_t(j)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(i)} \quad (\text{Ec. 2.25})$$

Haciendo uso de $\gamma_t(j)$ se realizan las estimaciones correspondientes a los parámetros de la distribución Gaussiana (Ec. 2.26 y Ec. 2.27)

$$\mu_j = \frac{\sum_{i=1}^N \gamma_t(j)x_t}{\sum_{i=1}^N \gamma_t(j)} \quad (\text{Ec. 2.26})$$

$$\Sigma_j = \frac{\sum_{i=1}^T (x_t - \mu_j)(x_t - \mu_j)^T \gamma_t(j)}{\sum_{i=1}^N \gamma_t(j)} \quad (\text{Ec. 2.26})$$

La implementación del algoritmo de Baum Welch se realiza mediante los siguientes pasos:

1. Inicializar las μ_j , Σ_j y a_{ij} y calcular el valor del log de la máxima verosimilitud.

-
2. **Paso-E:** calcular los valores de $\gamma_t(j)$ y las probabilidades de transición de estados $\xi_t(i, j)$ usando los valores iniciales.
 3. **Paso-M:** reestimar los parámetros μ_j , Σ_j y a_{ij} .
 4. Calcular el logaritmo de la máxima verosimilitud con los nuevos valores de los parámetros, y compararlos con los resultados anteriores para verificar la convergencia. En caso de que no se produzca volver al paso 2 y repetir.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

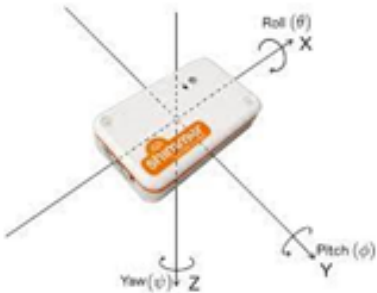
3.1. Bases de datos

La base de datos de marcha MAREA (Movement Analysis in Real -word Environments using Accelerometers) Gait Database [Khandelwal y Wickström 2017] contiene las series temporales adquiridas en escenarios reales por acelerómetros Shimmer3 (rango $\pm 80 \text{ m/s}^2$, frecuencia de adquisición 128 Hz) de la empresa Shimmer Research, Dublin Irlanda, en escenarios reales. Los datos fueron almacenados en una tarjeta microSD Shimmer3.

Los sujetos que conforman la base -con la aprobación del Comité de Ética suizo de Lund- son 12 hombres y 8 mujeres adultos sanos con edades entre $33,4 \pm 7$ años, masa muscular de $73,2 \pm 10,9 \text{ kg}$, y altura de $172,6 \pm 9,5 \text{ cm}$. Los sujetos están numerados por la base secuencialmente sin que se pueda discriminar el género, en cada caso. Las pruebas realizadas se clasifican en dos grupos según el entorno en que tuvieron lugar:

1. las de entorno cerrado o interno (indoor “I”) se trata de 5 pruebas (2 realizadas sobre un piso liso horizontal y 3 sobre una cinta mecánica) y,
2. las de entorno externo o abierto (outdoor “O”) que consistieron en dos pruebas que se realizaron en un circuito cerrado formado por diferentes calles. Por lo tanto, hubo diferencias en la calidad del suelo y en la elevación media del mismo, con una variación máxima de hasta 8 m. Los trayectos fueron elegidos para que los sujetos tengan tramos de ascenso y de descenso sucesivamente.

La tabla 3.1 presenta el detalle de las distintas pruebas, una imagen de la instrumentación de los sujetos en el plano frontal, vista anterior, y una imagen del sensor.

Nº S	Entorno cerrado (I)	Detalle pruebas	Instrumentación
11	IW (caminar) (3 min)	Los sujetos caminan 30m sobre una superficie plana horizontal a una velocidad autoseleccionada variable	Sensor  
	IWR (caminar y correr) (6 min)	Los sujetos caminan sobre una superficie plana horizontal a una velocidad auto-seleccionada, y luego cambian a correr a una velocidad autoseleccionada.	
	TW (caminar) (5 min)	Caminan sobre una cinta plana a velocidad autoseleccionada	
	TWR (caminar y correr) (10 min)	La cinta mecánica va cambiando la velocidad de 4km/h a 8km/h a pasos de 0,4 km/h. La velocidad de los sujetos es autoseleccionada. Los sujetos comienzan caminando durante 5 min y luego cambian a correr.	
	TI (caminar en cinta inclinada) (12 min)	Los sujetos caminan a una velocidad autoseleccionada sobre una cinta mecánica que se va inclinando gradualmente a 5°, 0°, 10°, 0°, 15° y 0°. Los sujetos caminan 2min en cada posición.	
Nº S	Entorno abierto (O)	Detalle pruebas	
9	OW (caminar) (3 min)	Los sujetos realizan un circuito cerrado de marcha en una calle a diferentes velocidades, sobre tipos de suelo con irregularidades superficiales.	
	OWR (caminar y correr) (6 min)	Los sujetos comienzan caminando a una velocidad autoseleccionada durante 3 min y luego comienzan a correr otros 3 min.	

Tab. 3.1: Detalle de las pruebas de marcha la la base MAREA; imagen de los acelerómetros Shimmer3; instrumentación de los sujetos de la base (columna de la derecha) con su correspondiente nomenclatura para identificar las series temporales. El tiempo entre paréntesis corresponde al total de la prueba. Las figura a la derecha y arriba es la del sensor Shimmer 3 (Niestroj), y la del sujeto instrumentado a la derecha y abajo fue tomada de [Khandelwal y Wickström 2017]

Los sujetos fueron instrumentados con los sensores colocados en la cintura, en la muñeca izquierda y en ambos tobillos.

La orientación del sistema de referencia fue la siguiente: en la muñeca y el tobillo izquierdo el eje Z apuntaba en la dirección medio-lateral, mientras que el eje Y apuntaba hacia abajo y estaba alineado con el eje longitudinal de la extremidad.

Para simular un escenario menos controlado, el acelerómetro en el tobillo derecho se colocó de manera que el eje Y apuntara hacia abajo. La base aclara que el eje Z estaba ligeramente alterado de modo que no era exactamente perpendicular al plano sagital.

Los sujetos también fueron equipados con resistencias sensibles a la fuerza de reacción del piso, hecho que permitió validar el genuino contacto del pie con el suelo en los instantes CI y CF del ciclo de marcha y, de este modo, asignar el grado “verdad (V)” en la matriz de confusión (tabla 3.2). Esta valiosa información, proporcionada por esta base de datos, sirvió para probar el rendimiento del modelo HMM desarrollado en este trabajo para la detección de los pasos en las diferentes pruebas.

La nomenclatura de las series temporales considera sujeto, entorno, prueba, sensor. Así, por ejemplo, S1-I-TW-R indica la señal correspondiente al sujeto 1 (S1), en el entorno interno (I) y en la prueba de caminar sobre cinta mecánica (TW), obtenida desde el sensor ubicado en el tobillo derecho (R).

La figura 3.1 muestra las señales de los primeros 4 ciclos de marcha (600 muestras) del sujeto 1 (S1) durante la prueba de caminar en una superficie plana (IW).

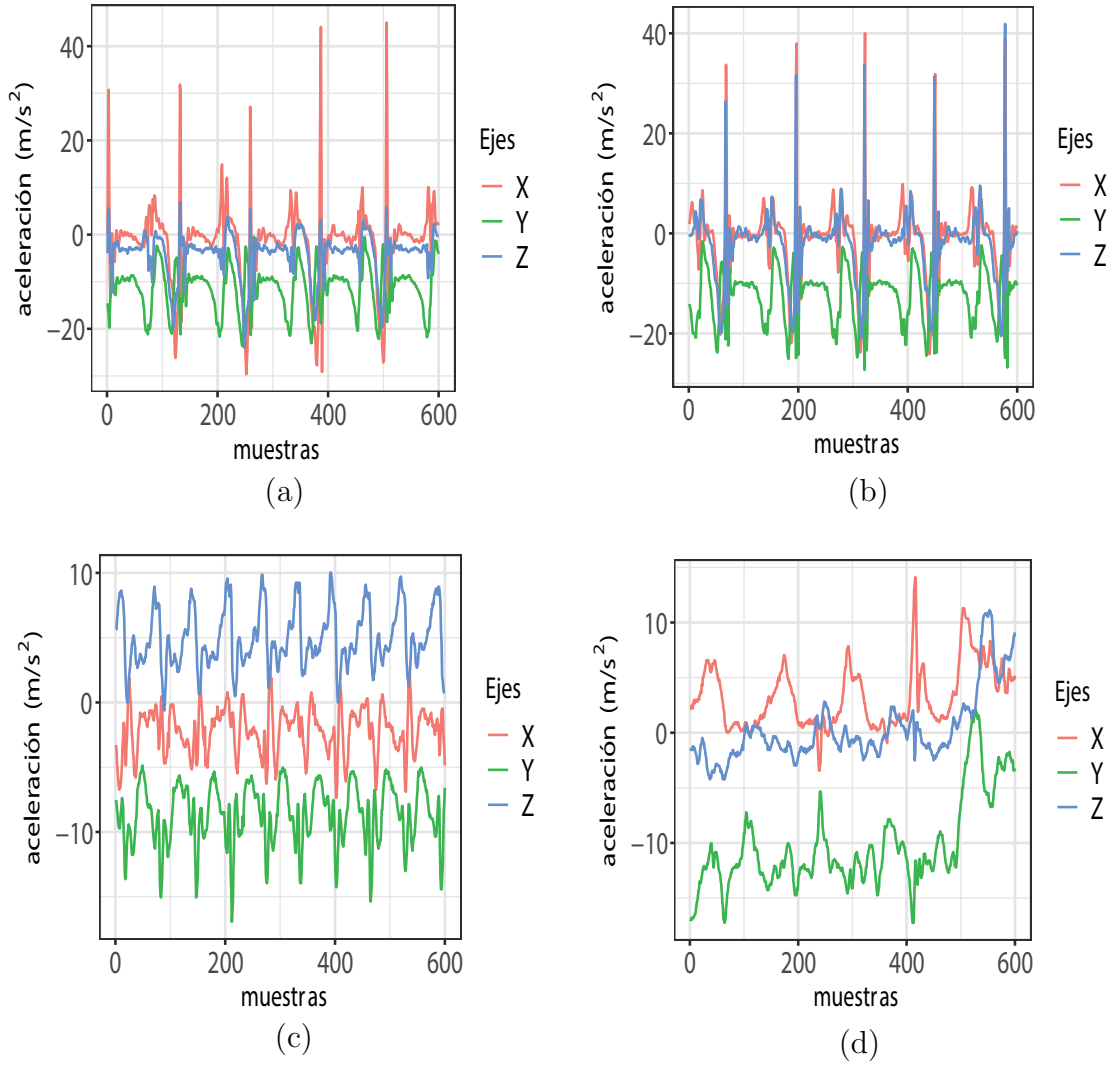


Fig. 3.1: Señales de aceleración 3D obtenidas del sujeto S1 de la base Marea, durante la prueba de caminar en una superficie plana horizontal (IW): (a) sensor en el tobillo izquierdo; (b) sensor en el tobillo derecho; (c) sensor en cintura; (d) sensor en muñeca.

Cada gráfico muestra las primeras 600 muestras equivalentes a 4 ciclos de marcha.

En la figura 3.1 puede verse como las señales adquiridas son diferentes en cada uno de los sensores.

De las series temporales provistas por la base sólo se tuvieron en cuenta los sensores de tobillo izquierdo (L) y derecho (R). De este modo, cada serie analizada pudo etiquetarse con la nomenclatura mencionada anteriormente (sección 3.1). De

los sujetos de la base solo 9 realizaron las pruebas en el entorno abierto y, los 11 restantes lo hicieron en el entorno cerrado. Lo que significó para este trabajo poder disponer de 54 series temporales para el entorno abierto y 165 para el entorno cerrado.

El criterio de inclusión (considerar solo los sensores ubicados en los tobillos) se debe a que los restantes sensores se ven contaminados por el movimiento global del tronco.

3.2. Filtro utilizado

Las señales de los acelerómetros fueron filtradas con un filtro pasa-bajos Butterworth. Se trata de un filtro discreto de respuesta impulsiva infinita (IIR), de orden 4, donde la banda de paso fue fijada entre 0-20Hz. La elección de estos valores es la usual para el análisis del ciclo de marcha [Zijlstra y Hof 2003]. El filtro fue implementado en R por medio de la función `bwfilter` correspondiente a la librería `seewave` [Sueur, Aubin y Simonis 2008].

3.3. Procesamiento

En este trabajo se utilizó un enfoque estándar de aprendizaje automático supervisado.

Las etiquetas fueron necesarias para entrenar dos modelos HMMs (denominados submodelos 1 y 2), uno correspondiente a la fase de apoyo y el otro a la fase de balanceo, conformando ambas fases un ciclo completo de marcha. Estos submodelos fueron, luego, ensamblados en un modelo final.

En ambos submodelos se utilizaron las señales de acelerometría en los ejes X, Y, Z de la base de datos de marcha MAREA, obtenidas en las diferentes plataformas y superficies de la marcha, como se explicó en 3.1.

Cada HMM fue entrenado con 3 estados ocultos para la fase de apoyo (X_1 , X_2 ,

X_3), y 3 estados ocultos para la fase de balanceo (X_4 , X_5 , X_6), de un ciclo completo de marcha. De esta manera el modelo final quedó conformado con 6 estados ocultos.

A modo de ejemplo, la figura 3.2 muestra los primeros 4 ciclos de marcha para el caso: S1-I-TW-L. Se indican, además, los instantes de apoyo (CI) y de despegue (CF).

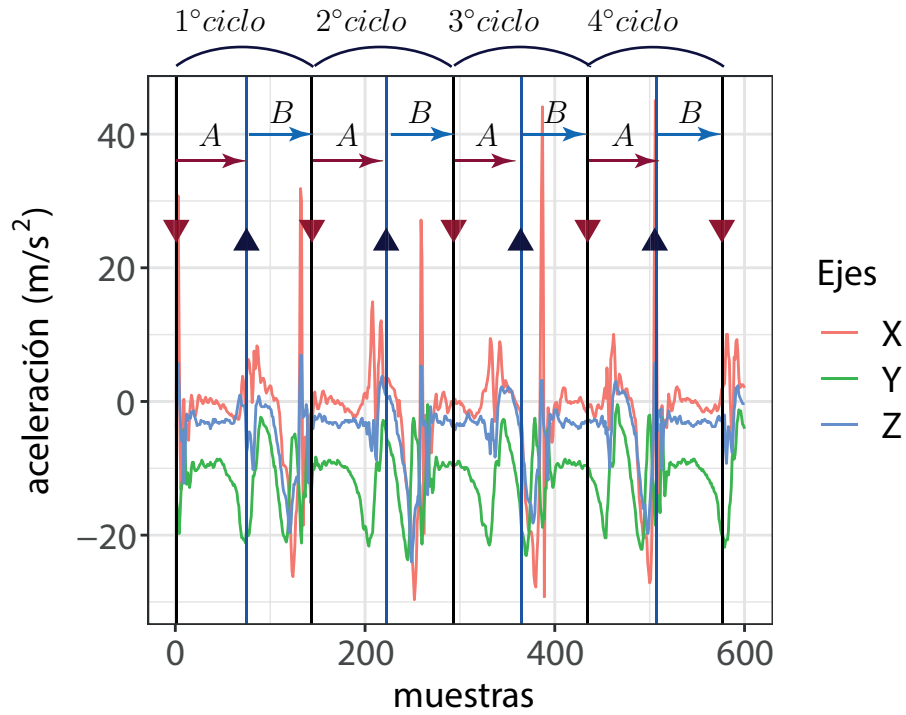


Fig. 3.2: Señales 3D de aceleración de 4 ciclos de marcha en la prueba: S1-I-TW-L. A: fase de apoyo, y B: fase de balanceo. ▼: contacto inicial (CI), comienzo de la fase de apoyo; ▲: contacto final (CF), comienzo de la de balanceo.

Todo el procesamiento se realizó con el software de libre acceso R versión 4.1.0 [R Core Team 2020], mediante las librerías DepmixS4 [Visser y Speekenbrink 2010] y RcppHMM [Cardenas-Ovando, Noguez y Rangel-Escareno 2017].

DepmixS4 es una librería para el lenguaje de programación R con soporte para ajustar HMMs. Los modelos pueden ajustarse a datos multivariados con distribuciones de la familia glm, la distribución multinomial (logística) o multivariada normal.

Los parámetros de un HMM se estiman mediante el algoritmo de Baum-Welch. Dicha librería ha sido diseñada específicamente para tratar con datos de series de tiempo, lo que la hace adecuada para estimar los parámetros del ciclo de la marcha humana. Además, contiene las funciones `makeDepmix` y `fit` que fueron utilizadas en este trabajo para el ajuste del modelo. La función `makeDepmix` genera la estructura inicial de un HMM, y la función `fit`, a partir de esta estructura, estima los parámetros Π , A y B . Ambas funciones contenidas en la librería `DepmixS4`. Donde A es la matriz de probabilidades de transición, y B contiene el vector de medias y las matrices de covarianzas de las distribuciones gaussianas para cada estado. A partir de estas matrices fueron calculadas las matrices de correlaciones, necesarias para entrenar el modelo.

La secuencia óptima de estados fue obtenida con el algoritmo de Viterbi, función contenida en la librería `RcppHMM` antes mencionada.

3.4. Características del HMM utilizado

Para entrenar los diferentes submodelos se utilizó la topología lineal izquierda a derecha. En estos submodelos solo son posibles las transiciones al estado siguiente y al estado actual con alguna determinada probabilidad. Mediante las auto-transiciones (o bucles) se logra que el modelo sea capaz de capturar variaciones en la extensión temporal de los patrones descriptos [Fink 2014]. La figura 3.3 muestra un esquema de la topología mencionada.

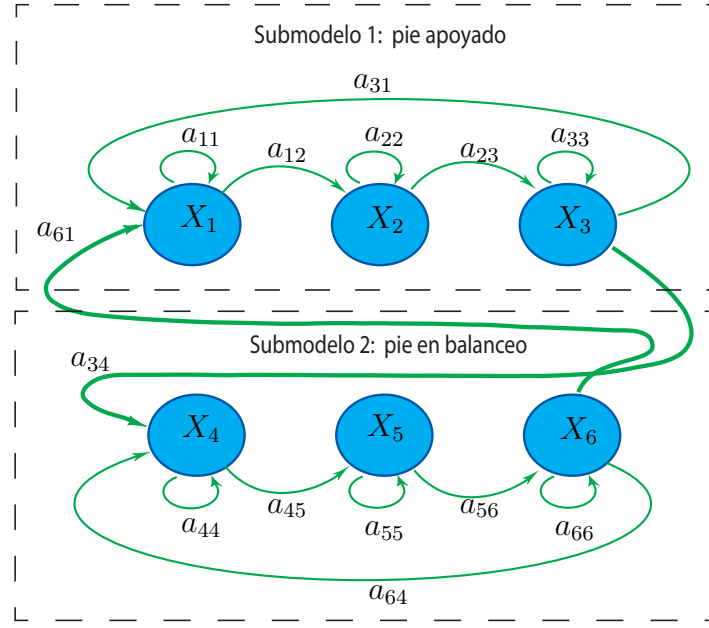


Fig. 3.3: Topología de izquierda a derecha utilizada para entrenar dos HMMs.

Los submodelos se ejecutan en una secuencia diacrónica causal, luego, los estados del modelo se pueden clasificar linealmente. Las probabilidades de transición a estados anteriores, o no inmediatamente posteriores, se establecen constantemente en cero en la matriz de probabilidades de transición de estados.

Para cada modelo final entrenado la apariencia general de dicha matriz se muestra en Ec. 3.1.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & 0 & a_{33} & a_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & 0 & 0 & a_{64} & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 3.1})$$

En estos modelos solo son posibles las transiciones al estado siguiente respectivo o al estado actual con alguna probabilidad positiva. Solo los estados X_3 y X_6 , estados finales de cada submodelo, pueden pasar a los estados iniciales del otro submodelo.

De esta manera, el estado X_3 se conecta con el X_1 , en el submodelo 1, lo que significa que podrá reiniciar una nueva fase de apoyo, o bien, cambiar a una fase de balanceo mediante la conexión con el estado X_4 del submodelo 2. Por su parte, el estado X_6 realiza un procedimiento análogo, conectándose con el estado X_4 en el submodelo 2 y, con ello tener la posibilidad de continuar en la misma fase de balanceo, o bien, a partir de la conexión con el estado X_1 pasar a la fase de apoyo.

Las emisiones de cada estado fueron generadas por una distribución gaussiana de 3 dimensiones que corresponden a las 3 variables X,Y,Z, de las señales de acelerometría para cada eje.

3.5. Validación del modelo

Para validar el modelo se utilizó el método de Validación cruzada (Cross Validation en inglés - CV) propuesto en dos diferentes modalidades. A saber: Validación cruzada 1 (CV1) y Validación cruzada 2 (CV2).

Para el caso de CV1 el conjunto de datos de validación se compone de los datos recopilados de un solo individuo previamente seleccionado de la base, mientras que el conjunto de entrenamiento se forma a partir de la unión de los datos de los restantes individuos de la base. Este procedimiento se repite por cada individuo, es decir, para cada uno de los 10 sujetos restantes. La figura 3.4 ilustra el procedimiento mencionado mostrando para cada validación, al sujeto seleccionado en color naranja.

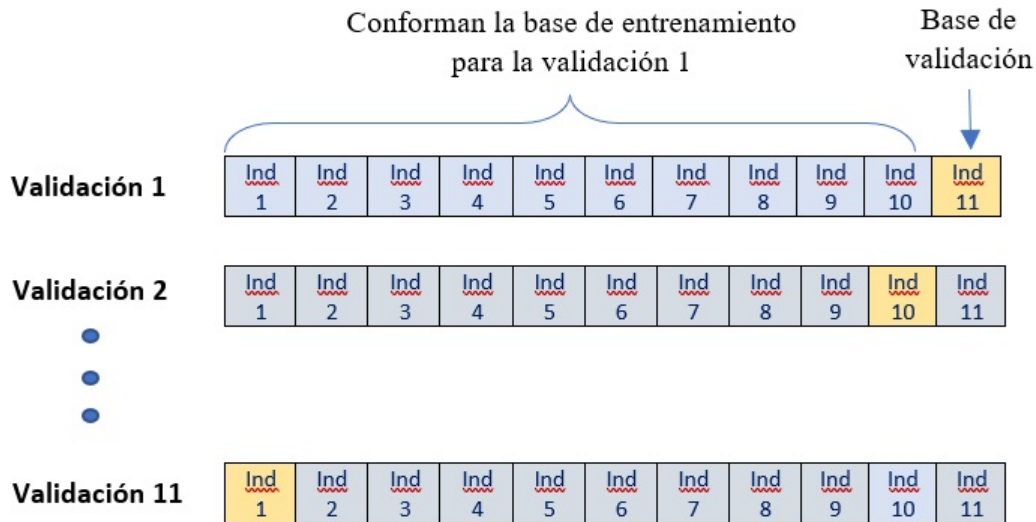


Fig. 3.4: Esquema de la modalidad CV1 donde se muestra la secuencia de las 11 validaciones realizadas tomando, en cada caso, un sujeto diferente seleccionado de la base, hasta recorrer el total de la misma.

En la modalidad CV2 se utilizó el método de k-folds, en donde el conjunto de datos de cada individuo fue separado en 10 diferentes grupos. Los datos restantes conformaron las bases de entrenamientos. Para el sujeto i -ésimo ($i = 1$ a 11 en las pruebas de entorno cerrado y $i = 1$ a 9 en las pruebas de entorno abierto) cada subconjunto de datos se denota como C_{ij} donde $j = 1$ a 10, en ambos casos. La validación i -ésima se construye sumando en j , los C_{ij} .

La figura 3.5 muestra un esquema del procedimiento para entorno cerrado (I), donde ahora cada rectángulo corresponde a las 10 subdivisiones del conjunto de datos de un sujeto seleccionado. Este procedimiento se realizó para los 9 individuos evaluados en entorno abierto (O). Los colores indican los subconjuntos seleccionados para la validación 1 (azul), la validación 2 (verde) y la décima (amarillo), respectivamente.

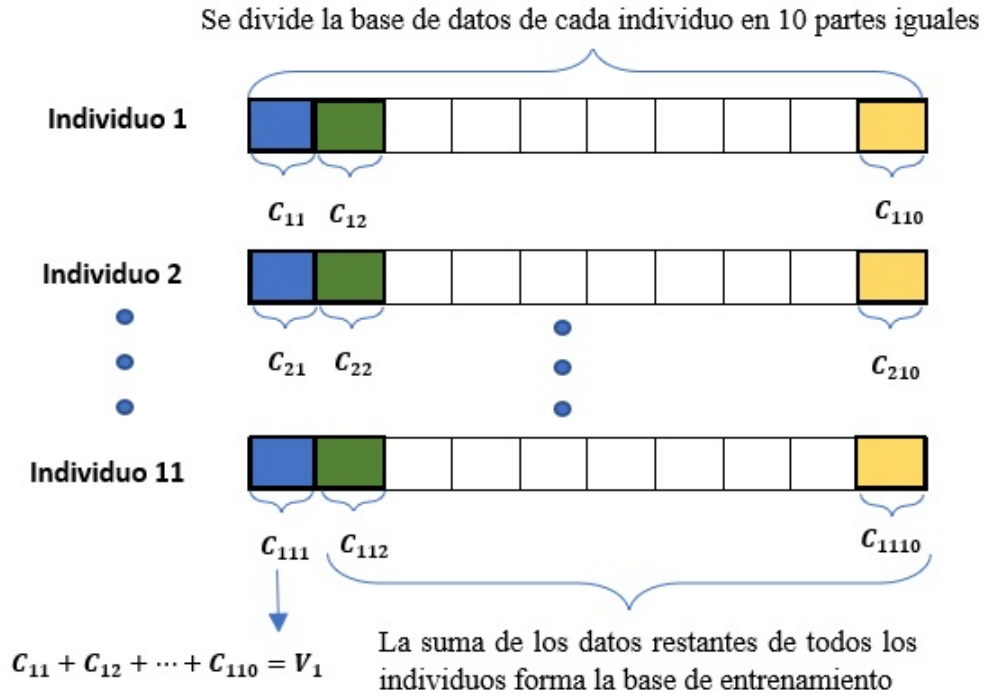


Fig. 3.5: Esquema de la CV2 mostrando la forma en que se distribuyen los datos para el armado de las validaciones, en donde V_1 es la base de validación 1 formada por las primeras 10 partes de las bases de cada individuo.

Para validar el modelo (usando CV1 y CV2) se comparó, en cada caso, la predicción del estado del pie (apoyo o balanceo) para cada instante de la serie temporal de acelerometría provista por cada sensor ubicado en cada tobillo, con la condición correspondiente (apoyo o balanceo) reportado por la base.

Esto se hizo para cada prueba, tanto en entorno cerrado como abierto, y para cada sensor colocado en cada tobillo.

Los resultados de la validación se analizaron utilizando una matriz de confusión (tabla 3.2). La misma permite analizar los 4 resultados posibles, a saber:

- Verdadero Positivo (VP): cuando el modelo predice correctamente los instantes en el que el pie se encuentra en contacto con el piso (apoyado =P), es decir predice positivo y es verdad.

- Verdadero Negativo (VN): cuando el modelo predice correctamente los instantes en el que el pie no se encuentra en contacto con el piso (balanceo=N), es decir predice negativo y es verdad.
- Falso Negativo (FN): cuando el modelo predice que el pie está en balanceo cuando en realidad se encuentra apoyado -error tipo 1- es decir predice negativo cuando era positivo.
- Falso positivo (FP) cuando el modelo predice que el pie está apoyado cuando en realidad está en balanceo. -error tipo 2-, o sea predice positivo cuando en realidad es falso.

		Valores reales	
		Apoyo	Balanceo
Valores predichos por el modelo	Apoyo	VP	FP
	Balanceo	FN	VN

Tab. 3.2: *Matriz de confusión.*

A partir de la matriz de confusión, tabla 3.2, se definen cinco indicadores estadísticos posibles para medir el desempeño del modelo, de los cuales los primeros tres fueron los utilizados en el presente trabajo. Ellos son:

- La Exactitud (en inglés Accuracy) que señala la proporción o porcentaje de datos predichos correctos por el modelo, respecto al total de las predicciones

(sean correctas o no). Cuanto mayor es la coincidencia, mayor es la exactitud (Ec. 3.1)

$$Exactitud = \frac{VP+VN}{VP+FN+FP+VN}. \text{ (Ec. 3.1)}$$

Como puede verse, en el numerador se suman las predicciones que conforman la diagonal de la matriz de confusión y en el denominador aparece el total de predicciones.

- La Sensibilidad (Sensibility o Recall en inglés) es la tasa que expresa la capacidad del algoritmo de detectar los casos positivos -en nuestro caso instantes de pie en apoyo-, respecto a todas las detecciones positivas. Es decir, en el denominador se suman las predicciones de la primera columna de la matriz de confusión (Ec. 3.2).

$$Sensibilidad = \frac{VP}{VP+FN} \text{ (Ec. 3.2)}$$

- La Especificidad expresa la tasa de acierto, análoga a la anterior, que el algoritmo tiene con respecto a los casos negativos -pie en balanceo-. Relaciona la cantidad de casos negativos detectados con el total de casos negativos. Es decir en el denominador se suman las predicciones contenidas en la segunda columna de la matriz de confusión (Ec. 3.3).

$$Especificidad = \frac{VN}{FP+VN} \text{ (Ec. 3.3)}$$

- La Precisión es la tasa de las predicciones positivas correctas sobre todos las predicciones positivas realizadas por el modelo. Es decir en el denominador se consideran todas las predicciones que forman la primera fila de la matriz (Ec. 3.4).

$$Presición = \frac{VP}{VP+FP} \text{ (Ec. 3.4)}$$

- La Medida-F se considera una media armónica que combina los valores de Precisión y de Sensibilidad (Ec. 3.5).

$$Medida - F = 2 \cdot \frac{Precisión \cdot Sensibilidad}{Precisión + Sensibilidad} \quad (\text{Ec. 3.5})$$

Los estadísticos Exactitud, Sensibilidad y Especificidad fueron los utilizados en la evaluación de los resultados. La Medida-F solo se enfoca en uno de los dos estados, apoyado o balanceo, cuando es de interés predecir de igual manera ambos estados, por lo que no será tenido en cuenta. Por lo tanto, se utilizó la Exactitud como medida global, y no fue necesario el uso del indicador de Precisión.

En todos los entrenamientos fueron considerados tres estados ocultos para la fase de apoyo y tres estados ocultos para la fase de balanceo. Luego, para cada prueba, y para cada extremidad inferior, se obtiene una secuencia de 6 estados. Se presume que los primeros dos estados, X_1 y X_2 , se corresponden con las dos primeras subfases de la fase de apoyo (respuesta de carga y posición intermedia), y el estado X_3 con las últimas dos subfases de la fase de apoyo (doble postura terminal junto al pre-balanceo), mientras que los tres estados restantes, X_4 , X_5 y X_6 se corresponden a las subfases de la fase de balanceo, es decir, a la fase inicial, la fase media y la fase final, respectivamente. Esta presunción será verificada una vez de aplicado el modelo.

4. RESULTADOS

En esta sección se presentan las predicciones del modelo en cuanto a la subfases de la marcha en cada ciclo (4.1), los resultados de las validaciones por los métodos CV1 y CV2 (filtrando o no la señal) (4.2), y la capacidad de detección del modelo de los instantes de contacto inicial (CI) y final (CF) de cada pie durante las diferentes marchas (4.3).

4.1. Predicción de las subfases del ciclo de marcha

El gráfico de trellis, mostrado en la figura 4.1, ilustra la predicción del modelo para el primer ciclo de marcha del sujeto 1, en una superficie plana, en ambiente interno y con el sensor colocado en tobillo izquierdo (S1-I-IW-L). En el eje de las ordenadas se grafican los 6 estados del modelo y en el eje de las abscisas el número de muestras que conforman este primer ciclo. Puede verse que la fase de apoyo para el sujeto elegido corresponde a un 66,16 % del ciclo, ocupando la de balanceo el tiempo restante (33,84 %).



Fig. 4.1: Gráfico de trellis que representa la secuencia de estados del primer ciclo de marcha para S1-I-IW-L con respecto al número de muestras

4.2. Resultados de los métodos de validación CV1 y CV2

La tabla 4.1 resume los promedios (expresados en porcentajes) de los estadísticos Sensibilidad, Especificidad y Exactitud presentados en 3.5 para el método CV1. Los resultados fueron obtenidos promediando los 11 resultados de validación en cada prueba de marcha, en ambiente interior, y los resultados de las 9 validaciones en ambiente exterior. Fueron utilizadas las señales provistas por el sensor del tobillo izquierdo (primeras tres columnas a la izquierda) y las señales provistas por el sensor del tobillo derecho (últimas tres columnas a la derecha).

Predicciones (%) del método CV1 en ambiente interior						
	Sensor tobillo Izquierdo			Sensor tobillo Derecho		
Prueba	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud
IW	96,8	81,4	90,7	90,6	68,9	81,7
IWR	85,2	67,7	76,3	71,2	64,5	67,9
TI	96,4	79,8	89,8	93,9	74,5	86
TW	95,6	76,6	87,4	93,2	69,3	82,9
TWR	92	71,8	82,2	87,9	68,2	78,4
Predicciones (%) del método CV1 en ambiente exterior						
	Sensor tobillo Izquierdo			Sensor tobillo Derecho		
Prueba	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud
OW	94,6	80,7	89,1	91,4	58,6	77,5
OWR	78,2	70,9	74,6	74	59,6	66,3

Tab. 4.1: Sensibilidad (%), Especificidad (%) y Exactitud (%) según CV1 para las diferentes pruebas en ambiente interno y externo, promediando los sujetos de la base en cada uno de los entornos.

En el caso de CV2 se considera que, separando los datos de la manera presentada en 3.5, disminuye la posible variabilidad existente entre las marchas de los individuos, a diferencia de CV1.

Los resultados de los promedios (expresados en porcentajes) de los estadísticos Sensibilidad, Especificidad y Exactitud se presentan en la tabla 4.2.

Predicciones (%) del método CV2 en ambiente interior

Prueba	Sensor tobillo Izquierdo			Sensor tobillo Derecho		
	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud
IW	96,7	79,6	91,7	93,7	79,2	88,7
IWR	78,4	81,8	79,6	84	81,2	82,7
TI	96,4	82,8	92,2	96,1	79,4	90,7
TW	97,5	81,8	92	95,5	77	89,1
TWR	92,9	83,9	89,4	92,5	80,7	88

Predicciones (%) del método CV2 en ambiente exterior

Prueba	Sensor tobillo Izquierdo			Sensor tobillo Derecho		
	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud
OW	93,6	79,2	87,9	92,3	55,5	76,7
OWR	78,7	73,3	76,1	70,9	61,3	66,8

Tab. 4.2: *Sensibilidad (%), Especificidad (%) y Exactitud (%) según CV2 para las diferentes pruebas en ambiente interno y externo, promediando los sujetos de la base en cada uno de los entornos.*

Los resultados aplicando el filtro Butterworth y validados según CV2 se presentan en la tabla 4.3.

Predicciones (%) del método CV2 con filtro en ambiente interior

Prueba	Sensor tobillo Izquierdo			Sensor tobillo Derecho		
	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud
IW	99,7	90	96,8	97,5	73,5	89,3
IWR	93,9	81,1	88,3	98,3	75,7	88,4
TI	99,1	88,5	95,9	98,6	78,7	92,2
TW	99	85,2	94,2	98,6	80,9	92,5
TWR	97,3	87,1	93,3	96,3	80,2	90,1

Predicciones (%) del método CV2 con filtro en ambiente exterior

Prueba	Sensor tobillo Izquierdo			Sensor tobillo Derecho		
	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud	Sensibilidad	Especificidad	Exactitud
OW	97,4	76	88,9	91,4	44,8	71,6
OWR	87,4	65	74,8	76,9	49	63,4

Tab. 4.3: *Sensibilidad (%), Especificidad(%) y Exactitud (%) según CV2 para las diferentes pruebas en en ambiente interno y externo, promediando los sujetos de la base en cada uno de los entornos con las señales filtradas.*

4.3. Detección de CI y CF

A partir de las predicciones realizadas en cada muestra de las diferentes pruebas, fue posible segmentar el ciclo de marcha y verificar su concordancia con el ciclo real.

Las comparaciones de las predicciones del modelo con los estados “apoyo” o “balanceo”, aportados por la base, se presentan en la figura 4.2. Esta figura contiene, a modo de ejemplo, cuatro gráficos que muestran las predicciones realizadas (indicada como “Pred.”), y se comparan con el ciclo real (indicado como “Ref.”). Cada gráfico presenta un total de 600 muestras (4 ciclos) realizadas por un individuo (no necesariamente el mismo).

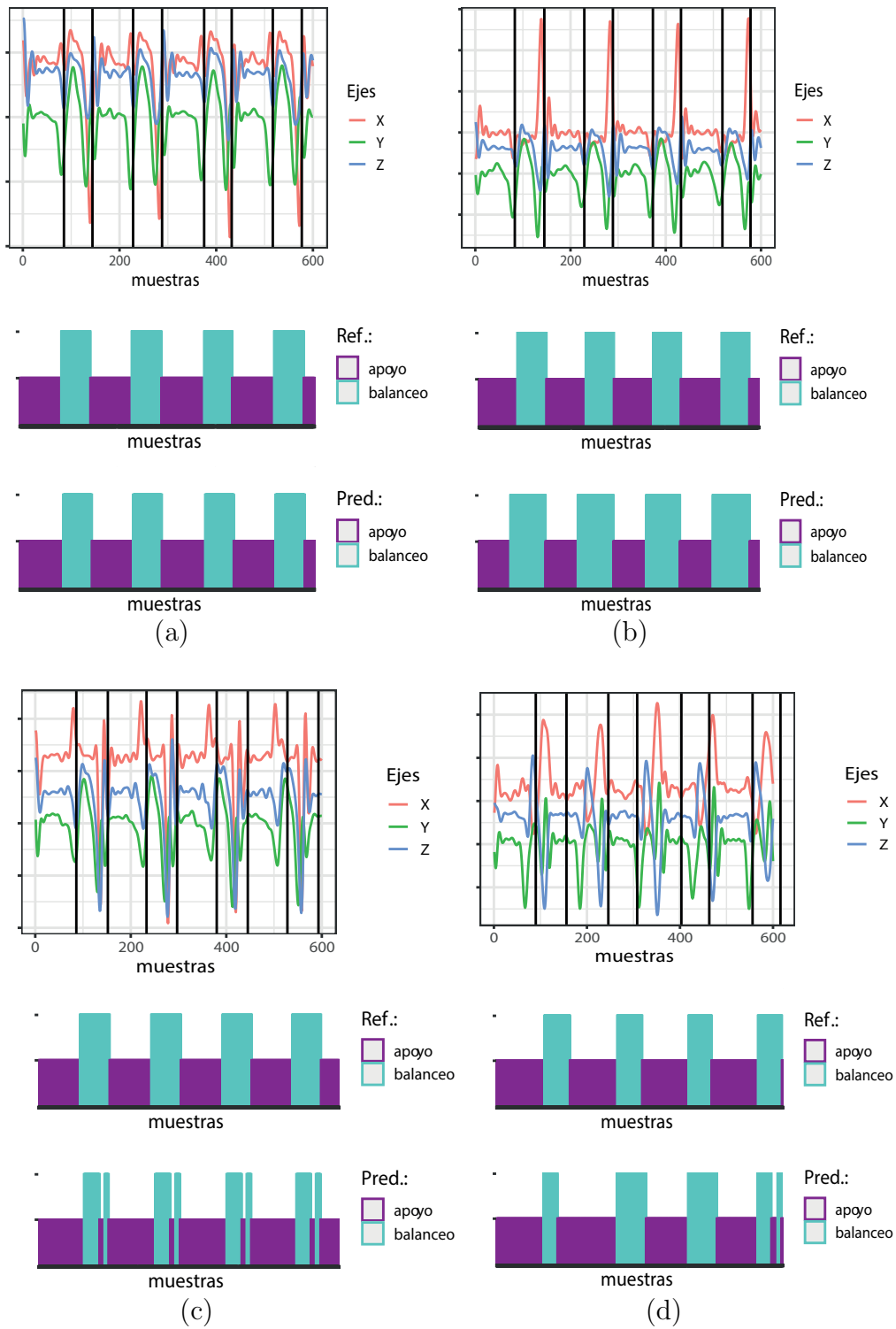


Fig. 4.2: Gráficos donde se comparan las predicciones del modelo con los ciclos reales. Para cada uno se tomaron las primeras 600 muestras (4 ciclos); (a) prueba S1-I-IW-L; (b) prueba S1-I-IW-R; (c) prueba S8-I-TI-L; (d) prueba S8-I-TWR-L.

El gráfico (a) indica que las predicciones fueron coincidentes con los ciclos reales. En el gráfico (b) se observa una leve diferencia entre las predicciones de los instantes CI predichos y reales, pero de todos modos se considera que el modelo discriminó de manera correcta al ciclo de marcha. Por lo tanto, se concluye que el modelo logró distinguir de manera eficiente los ciclos de marcha.

En cambio, se observa en los gráficos (c) y (d), que el modelo produjo predicciones erróneas sobre algunas muestras. De todos modos, y más allá de estos errores, existe similitud entre los ciclos de marcha predichos y reales. Este tipo de resultados fue común a otras validaciones, por lo que se decidió realizar un post-procesamiento modificando las predicciones contiguas del mismo estado durante pocas muestras (apoyo o balanceo).

Una vez realizado el post-procesamiento fueron calculados los porcentajes de coincidencias de los instantes de CI y CF. Se considera que hubo coincidencia si la diferencia entre lo detectado por el modelo y lo real no fue mayor a 5, 10 o 15 muestras, 0,039 seg, 0,078 seg o 0,117 seg, respectivamente, dependiendo de la prueba analizada. Esto fue evaluado para todas las pruebas a partir de los resultados de validación de un solo individuo.

La tabla 4.4 presenta los porcentajes mencionados.

Ambiente interior

	Sensor tobillo Izquierdo			Sensor tobillo Derecho		
Prueba	CI (%)	CF (%)	Tolerancia (muestras)	CI (%)	CF (%)	Tolerancia (muestras)
IW	100	97,12	5	98,19	87,27	5
IWR	96,72	100	15	98,68	96,71	15
TI	100	98,99	5	98,65	100	5
TW	94,02	99,8	5	98,1	91	5
TWR	95,17	98,53	15	78,56	99,86	15

Ambiente exterior

	Sensor tobillo Izquierdo			Sensor tobillo Derecho		
Prueba	CI (%)	CF (%)	Tolerancia (muestras)	CI (%)	CF (%)	Tolerancia (muestras)
OW	96,73	97,81	10	99,42	98,85	15
OWR	99,22	100	10	96,73	97,95	15

Tab. 4.4: *Coincidencias porcentuales de los puntos de contacto inicial y contacto final, CI y CF respectivamente, entre las predicciones del modelo y los valores observados. Se tomó como referencia un resultado de validación CV1 para cada prueba y sensor.*

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

5.1. Interpretación y comparación de resultados

La base MAREA presenta un gran número de series temporales aportadas por 4 sensores ubicados en diferentes puntos anatómicos, en 20 sujetos saludables, que realizaron 7 pruebas diferentes en dos tipos de entorno. A lo largo de las pruebas éstas son progresivamente menos controladas y es por ello que la variabilidad va en aumento.

Estas series son útiles para probar diferentes algoritmos de segmentación del ciclo de marcha y poder comparar los resultados con la bibliografía que utiliza la misma base. [Khandelwal y Wickström 2017]

La discusión se organiza entorno a:

5.2. La segmentación del ciclo de marcha

A partir de las predicciones realizadas en cada muestra de las diferentes pruebas analizadas, fue posible segmentar el ciclo de marcha y verificar su concordancia con el ciclo real medido.

5.3. Comparación de resultados entre los métodos de validación CV1, CV2 (con y sin filtro)

En las figuras 5.1, 5.2 y 5.3 se comparan los resultados de las tres metodologías de validación propuestas (CV1, CV2, y CV2 con filtro). Cada figura se corresponde a una de las medidas estadísticas utilizadas, Sensibilidad, Especificidad y Exactitud.

La Sensibilidad determina el porcentaje de instantes de apoyo verdaderos que fueron bien clasificados.

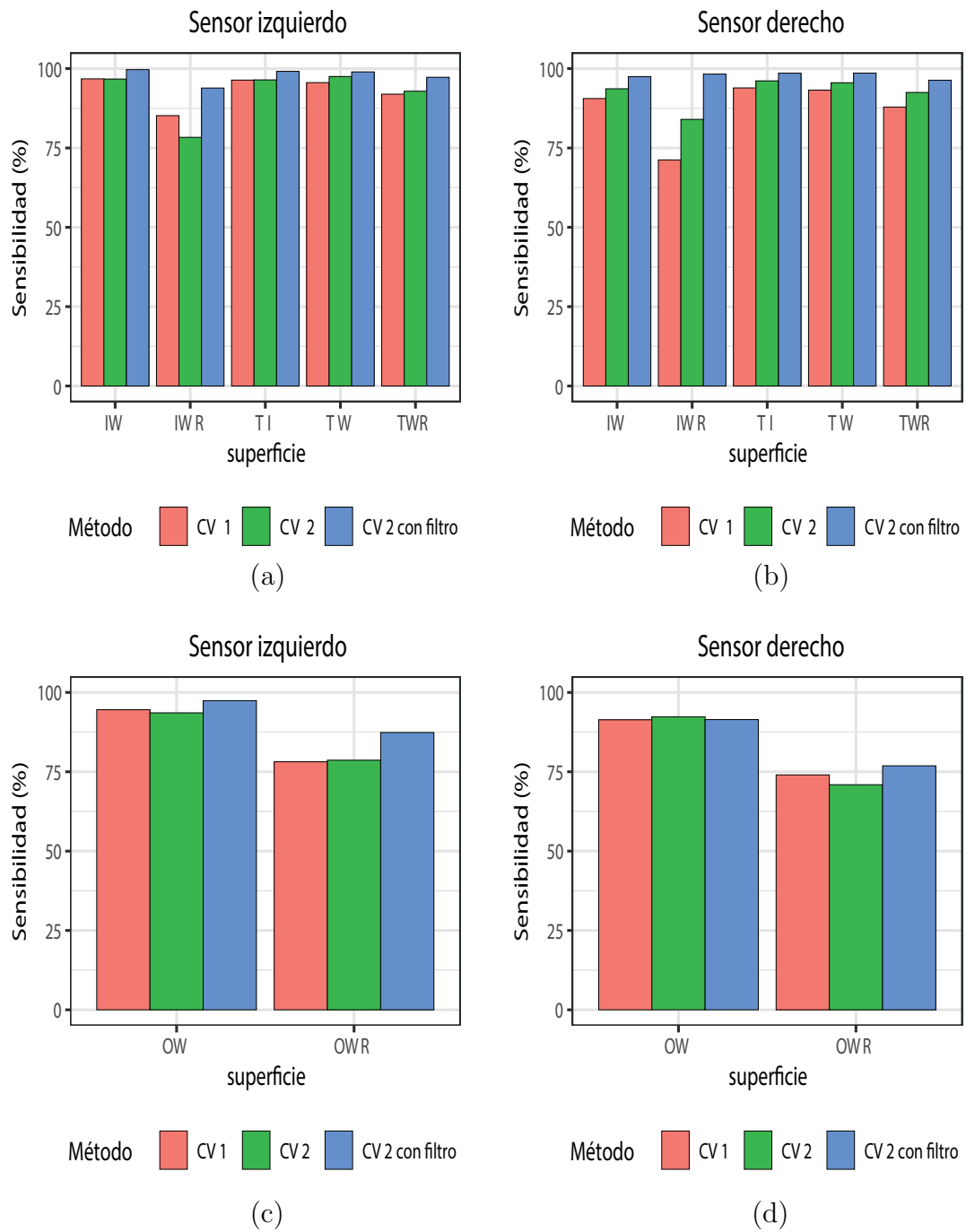


Fig. 5.1: Comparación de los resultados de Sensibilidad entre los métodos de validación utilizados; (a) pruebas en ambiente interno y sensor en el tobillo izquierdo; (b) pruebas en ambiente interno y sensor en el tobillo derecho; (c) pruebas en ambiente externo y sensor en el tobillo izquierdo; (d) pruebas en ambiente externo y sensor en el tobillo derecho.

De la figura 5.1 se deduce para el entorno interno, que:

- En general, el modelo tuvo una alta eficiencia para predecir la fase de apoyo, con un promedio máximo de 99,7 % (tabla 4.3), obtenido con el método CV2 con filtro para la prueba de superficie plana IW y sensor ubicado en tobillo izquierdo.
- Todos los resultados con CV2 con filtro fueron mayores al 90 %. No sucedió lo mismo con las otras metodologías de validación.
- El menor promedio fue 71,2 %, el cual se obtuvo con CV1 para la prueba combinada IWR y con sensor ubicado en el tobillo derecho.
- No hubo mayores diferencias entre los resultados de ambos sensores. De todos modos, el sensor ubicado en el tobillo izquierdo fue más eficiente.
- Las marchas constantes (IW, TI, TW) presentaron las altas predicciones.

Para el entorno externo, se deduce que:

- Se observa una marcada diferencia entre la prueba de marcha constante (OW) y la prueba donde la marcha varía (OWR), donde OW fue superior en los dos sensores.
- Con el sensor en el tobillo izquierdo se obtuvieron los mayores resultados.
- En general filtrar las señales también genera un aumento de Sensibilidad.

La Especificidad determina el porcentaje de instantes de balanceos bien clasificados.

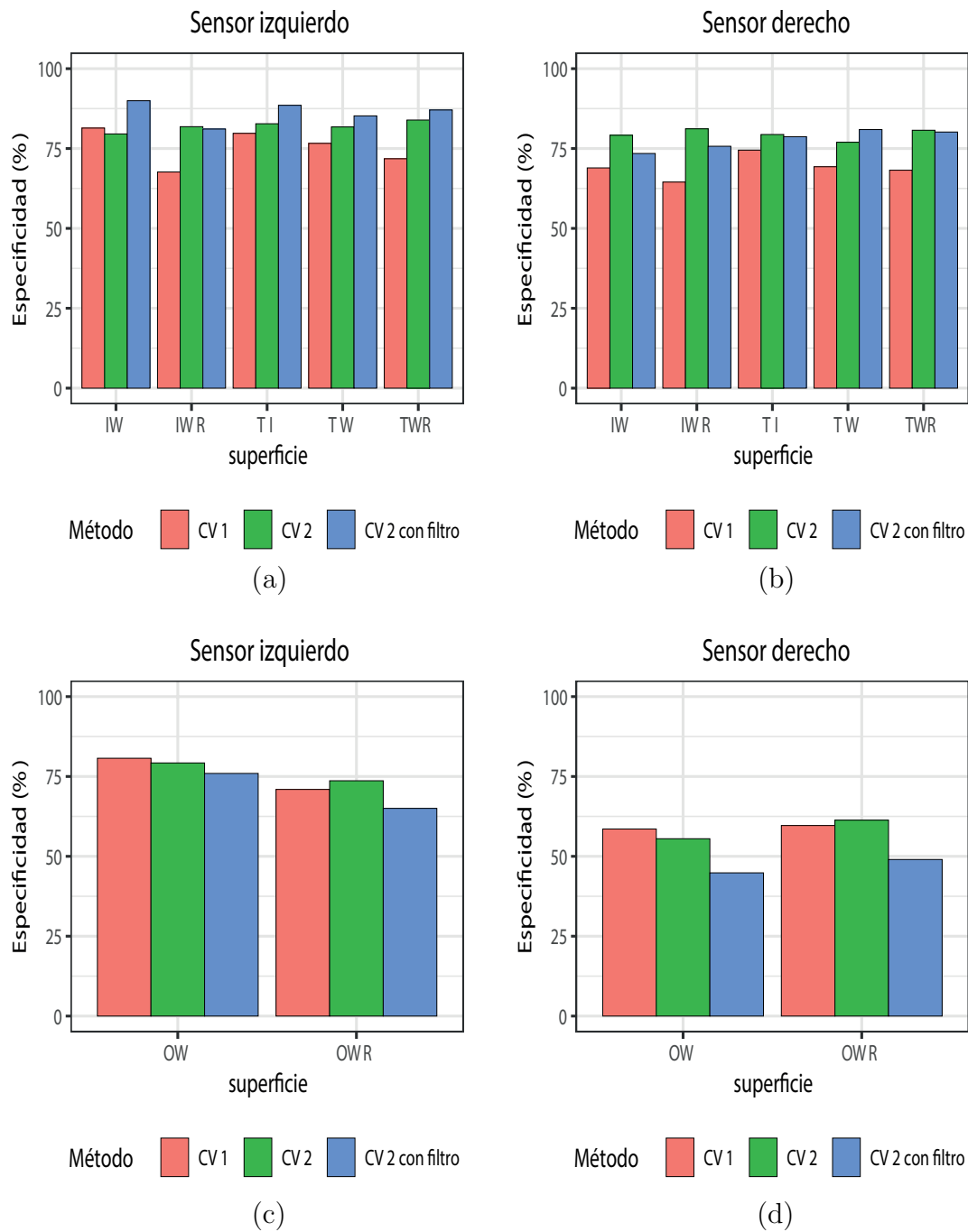


Fig. 5.2: Comparación de los resultados de Especificidad entre los métodos de validación utilizados; (a) pruebas en ambiente interno y sensor en el tobillo izquierdo; (b) pruebas en ambiente interno y sensor en el tobillo derecho; (c) pruebas en ambiente externo y sensor en el tobillo izquierdo; (d) pruebas en ambiente externo y sensor en el tobillo derecho.

De la figura 5.2 se deduce para el entorno interno, que:

- Al comparar con los resultados de Sensibilidad se observa una disminución, por lo que el modelo no logra predecir con la misma eficiencia la fase de balanceo.
- Se obtuvo un máximo de 90 % de Especificidad (ver tabla 4.3), con CV2 con filtro, en la prueba IW y sensor en tobillo izquierdo, condiciones coincidentes con el máximo valor de Sensibilidad obtenido.
- Al igual que en los resultados de Sensibilidad, el sensor en el tobillo izquierdo resultó ser más eficiente.
- Filtrar las señales no produjo un aumento en todas las pruebas. En ambiente interno este aumento se produjo para las pruebas con el sensor en el tobillo izquierdo, pero no así para el sensor ubicado en el tobillo derecho, donde en general disminuyeron los valores.
- Para esta medida, las marchas constantes (IW, TI, TW) también obtuvieron los más altos porcentajes.

Para el entorno externo, se deduce que:

- No fueron buenos los resultados de este indicador para ambas pruebas (OW) y (OWR).
- El sensor en el tobillo izquierdo fue más eficiente.

La Exactitud determina el porcentaje de instantes de todas las muestras bien clasificadas.

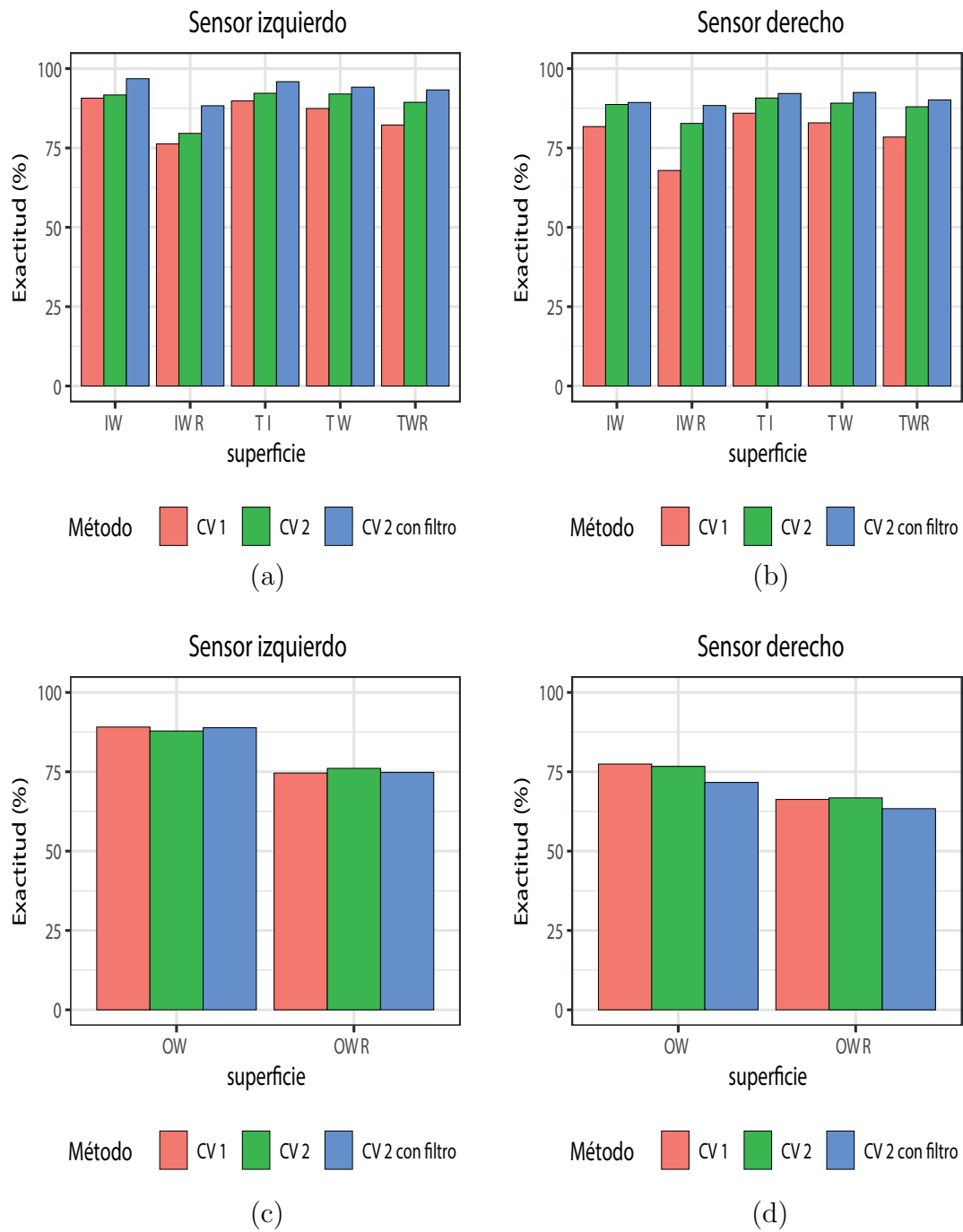


Fig. 5.3: Comparación de los resultados de Exactitud entre los métodos de validación utilizados; (a) pruebas en ambiente interno y sensor en el tobillo izquierdo; (b) pruebas en ambiente interno y sensor en el tobillo derecho; (c) pruebas en ambiente externo y sensor en el tobillo izquierdo; (d) pruebas en ambiente externo y sensor en el tobillo derecho.

De la figura 5.3 se deduce que, para el entorno interno:

- Filtrar la señal mejora la Exactitud de las predicciones para todas las pruebas realizadas.
- Tanto para CV1 como para CV2 (filtrado o no) la mayor Exactitud se obtuvo para todas las pruebas con el sensor ubicado en el tobillo izquierdo.
- El mejor resultado es para la prueba IW (la más controlada), alcanzando un valor de 96,8 % con sensor en el pie izquierdo.
- Las tres pruebas en cinta mecánica arrojan resultados comparables entre sí, siendo menor la que combina correr y caminar. En todos los casos la exactitud fue de por lo menos 88 %.

Para el entorno externo

- Filtrar la señal no mejora la Exactitud de las predicciones para todas las pruebas.
- La mayor Exactitud se obtiene, como era esperable, en la prueba OW en todos los métodos de validación.
- Con el sensor en el pie izquierdo filtrar la señal no da un resultado significativo, siendo más acentuada la disminución en el caso de CV2 con filtro, en el pie derecho.

La figura 5.4 muestra la comparación de los métodos CV1 y CV2 para: a) entorno interno y sensor en el tobillo izquierdo, b) entorno interno y sensor en el tobillo derecho, c) entorno externo y sensor en el tobillo izquierdo, d) entorno externo y sensor en el tobillo derecho.

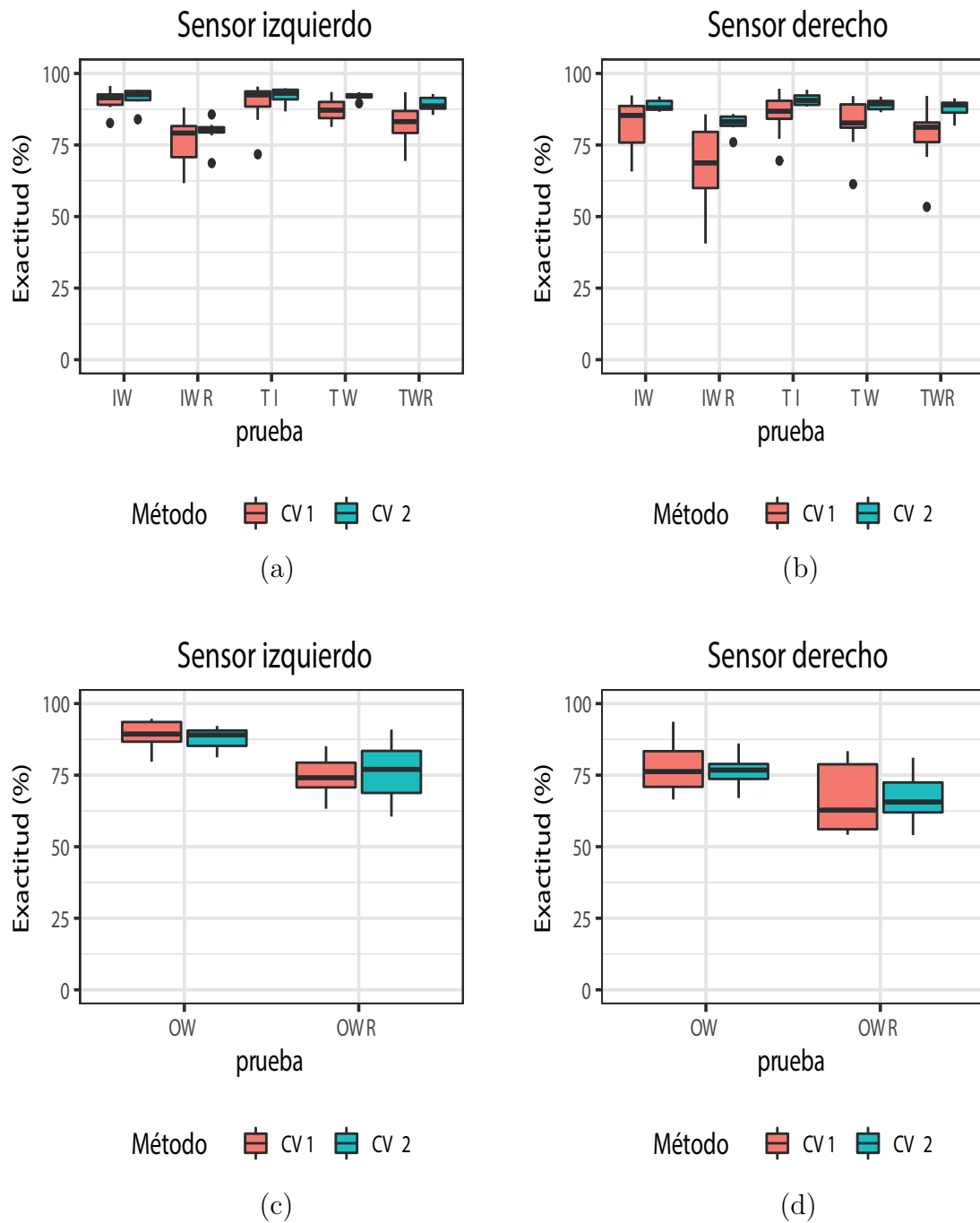


Fig. 5.4: Comparación de variabilidad entre los resultados de la Exactitud entre: (a) CV1 y CV2 para las pruebas en espacio interior con sensor el tobillo izquierdo. (b) Comparación entre CV1 y CV2 para las pruebas en espacio interior con sensor el tobillo derecho. (c) Comparación entre CV1 y CV2 para las pruebas en espacio exterior con sensor el tobillo izquierdo y (d) CV1 y CV2 para las pruebas en espacio exterior con sensor en el tobillo derecho.

Como se postuló en 4.2, se observa que, si bien el CV2 no tuvo un aumento significativo de los resultados, sí produjo una disminución de la variabilidad entre pruebas. Solo en OWR (prueba en ambiente externo menos controlada) no se produjo esta disminución.

En los gráficos correspondientes a la figura 5.5 se comparan CV2 y CV2 con filtro.

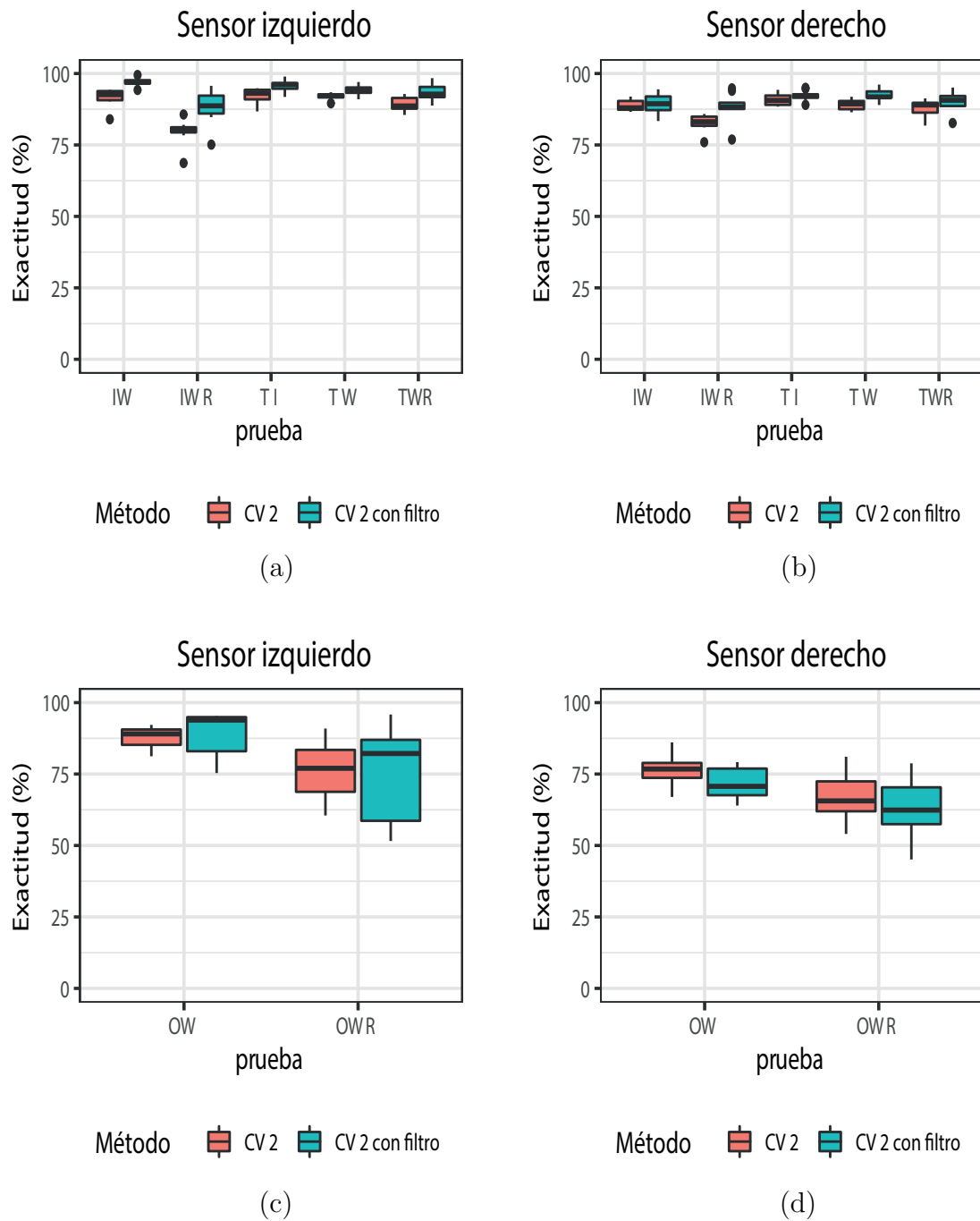


Fig. 5.5: Comparación de la variabilidad entre los resultados de la *Exactitud* entre: (a) CV2 y CV2 con filtro para las pruebas en espacio interior con sensor en el tobillo izquierdo; (b) CV2 y CV2 con filtro para las pruebas en espacio interior con sensor en el tobillo derecho; (c) CV2 y CV2 con filtro para las pruebas en espacio exterior con sensor en el tobillo izquierdo y (d) CV1 y CV2 con filtro para las pruebas en espacio exterior con sensor en el tobillo derecho.

La figura 5.5 indica que la variabilidad es similar en ambas metodologías, CV2 y CV2 con filtro. De todos modos, se comprueba que utilizar CV2 con filtro mejora los resultados para las pruebas en ambiente interno. No sucede lo mismo con las pruebas en ambiente externo.

5.4. Conclusiones y perspectivas futuras

El modelo desarrollado en este trabajo realizó sus predicciones basadas en los datos provistos por las series temporales de la base MAREA, de 20 sujetos saludables, en diferentes pruebas, obtenidas a partir de las series temporales provistas por acelerómetros 3D ubicados en cada tobillo.

El modelo arrojó una Exactitud mayor al 63 % para todas las pruebas, alcanzando un valor de 96,8 % para la marcha controlada (IW) en entorno cerrado.

El modelo fue más eficiente para detectar los instantes de apoyo (aproximadamente 60 % del ciclo de marcha). Las pruebas con mayor control (IW, TI, TW), debido a lo regular de las marchas, tuvieron resultados más elevados, principalmente con el sensor en el tobillo izquierdo y con CV2 con filtro, donde todas las medidas estadísticas fueron mayores al 85 %. Se logró la máxima eficiencia para la prueba de marcha constante en superficie plana (IW), cuyos resultados de Sensibilidad, Especificidad y Exactitud fueron de 99,7 %, 90 % y 96,8 % respectivamente, con sensor en el tobillo izquierdo y validado con CV2 con filtro.

Las mejoras conseguidas con la segunda metodología de validación cruzada y filtrando las señales (CV2 con filtro) no se vieron reflejadas en las pruebas de ambiente externo. La prueba combinada en ambiente externo (OWR) tuvo el menor desempeño.

No se verificó la presunción postulada en 3.5, en cuanto a las coincidencias de las predicciones de los estados con las subfases de un ciclo de marcha. Quedó demostrado, y se visualiza en 4.1, que el modelo podría repetir la secuencia de estados $-X_1$, X_2 , X_3 - en una fase de apoyo, y la secuencia $-X_4$, X_5 , X_6 - en una fase de balanceo.

En [Khandelwal y Wickström 2017], fueron utilizados 6 algoritmos para predecir los instantes de CI y de esta manera segmentar los ciclos de marcha. La efectividad de estos algoritmos fue medida con el estadístico Medida-F, logrando un máximo de 99 %. Si bien en este trabajo las coincidencias de CI fueron evaluadas de otra manera, después de realizar el post-procesamiento los resultados fueron semejantes.

Se hipotetiza que nuevos HMMs, derivados del presente trabajo, pueden ser utilizados para predecir patrones de marcha más complejos como son los asociados a la marcha senil o a la marcha patológica.

Se considera que un número suficientemente grande de señales provenientes de diferentes sujetos, en diferentes pruebas, permitiría utilizar, en cada estado del HMM, una mezcla de distribuciones gaussianas y no solo una única distribución multidimensional como se hizo en este trabajo. De este modo, se abarcaría un espectro mayor de patrones de marcha para la fase de apoyo y la de balanceo del ciclo. También será posible definir nuevas variables a partir de la combinación de las señales originales, y conseguir una mayor eficiencia de predicción utilizando el primer método de validación cruzada (CV1).

Para la construcción del presente modelo fue necesario anidar las funciones de diferentes librería del software R. Se espera poder ir superando, progresivamente, estas dificultades para lograr nuevas configuraciones y, de este modo, abordar la complejidad de los futuros HMMs, para los casos de marcha, antes mencionados.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] A Lázaro Lázaro. “La función del equilibrio en el ser humano: aspectos educativos”. En: *Psicomotricidad. Revista de Estudios y Experiencias* 41 (1994), págs. 43-60.
- [2] Roger M Enoka. *Neuromechanics of human movement*. Human kinetics, 2015.
- [3] Janusz W B³aszczyk y W³odzimierz Klonowski. “Postural stability and fractal dynamics”. En: *Acta Neurobiol. Exp* 61 (2001), págs. 105-112.
- [4] Jonathan B Dingwell y Joseph P Cusumano. “Nonlinear time series analysis of normal and pathological human walking”. En: *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* 10.4 (2000), págs. 848-863.
- [5] J Han y col. “Application of nonlinear dynamics to human postural control system”. En: *2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference*. IEEE. 2006, págs. 6885-6888.
- [6] Daniel Kaplan y Leon Glass. *Understanding nonlinear dynamics*. Springer Science & Business Media, 1997.
- [7] Hsinchun Chen y col. *Medical informatics: knowledge management and data mining in biomedicine*. Vol. 8. Springer Science & Business Media, 2006.
- [8] Seung Hyuck Shin y Chan Gook Park. “Adaptive step length estimation algorithm using optimal parameters and movement status awareness”. En: *Medical engineering & physics* 33.9 (2011), págs. 1064-1071.
- [9] Alan Godfrey y col. “Instrumenting gait with an accelerometer: a system and algorithm examination”. En: *Medical engineering & physics* 37.4 (2015), págs. 400-407.

-
- [10] I Gherzi, F Alvarez y MT Miralles. *Classification of Performance in risk-of-falls assessment based on accelerometer data and feature boosting*. 2014, págs. 607-610.
 - [11] Ignacio Gherzi y col. “Gait-cycle segmentation method based on lower-trunk acceleration signals and dynamic time warping”. En: *Medical Engineering & Physics* 82 (2020), págs. 70-77.
 - [12] Ahsan H Khandoker, Rezaul K Begg y Marimuthu Palaniswami. “Estimating Falls Risk in the Elderly: A Wavelet Based Multiscale Analysis”. En: *2006 International Conference on Electrical and Computer Engineering*. IEEE. 2006, págs. 165-168.
 - [13] AM Davies. “Ageing and Health in the 21st Century - An Overview”. En: *Proceedings of the WHO Symposium on Ageing and Health: A Global Challenge for the 21st Century, Kobe, Japan*. 1998, págs. 10-13.
 - [14] MD Jacquelin Perry. “Gait analysis: normal and pathological function”. En: *New Jersey: SLACK* (2010).
 - [15] Paul R Cohen y Edward A Feigenbaum. *The Handbook of Artificial Intelligence*. Vol. 3. Butterworth-Heinemann, 2014.
 - [16] Igor Kononenko. “Machine learning for medical diagnosis: history, state of the art and perspective”. En: *Artificial Intelligence in medicine* 23.1 (2001), págs. 89-109.
 - [17] Alvin Rajkomar, Jeffrey Dean e Isaac Kohane. “Machine learning in medicine”. En: *New England Journal of Medicine* 380.14 (2019), págs. 1347-1358.
 - [18] Jack Wilkinson y col. “Time to reality check the promises of machine learning-powered precision medicine”. En: *The Lancet Digital Health* (2020).
 - [19] Hsinchun Chen y col. “Knowledge management and data mining in biomedicine”. En: *Medical Informatics* (2005).
 - [20] Xingyun Liu y col. “Gait can reveal sleep quality with machine learning models”. En: *PloS one* 14.9 (2019), e0223012.

-
- [21] S Larry Goldenberg, Guy Nir y Septimiu E Salcudean. “A new era: artificial intelligence and machine learning in prostate cancer”. En: *Nature Reviews Urology* 16.7 (2019), págs. 391-403.
- [22] Ton J Cleophas, Aeilko H Zwinderman y Henny I Cleophas-Allers. *Machine learning in medicine*. Vol. 9. Springer, 2013.
- [23] Bogdan Pogorelc, Zoran Bosnić y Matjaž Gams. “Automatic recognition of gait-related health problems in the elderly using machine learning”. En: *Multimedia tools and applications* 58.2 (2012), págs. 333-354.
- [24] Aybuke Kecici y col. “Implementation of machine learning algorithms for gait recognition”. En: *Engineering Science and Technology, an International Journal* 23.4 (2020), págs. 931-937.
- [25] Ryan S McGinnis y col. “A machine learning approach for gait speed estimation using skin-mounted wearable sensors: From healthy controls to individuals with multiple sclerosis”. En: *PloS one* 12.6 (2017).
- [26] Søren Riis. *Hidden Markov models and neural networks for speech recognition*. Citeseer, 1998.
- [27] Dimitri Palaz, Mathew Magimai-Doss y Ronan Collobert. “End-to-end acoustic modeling using convolutional neural networks for HMM-based automatic speech recognition”. En: *Speech Communication* 108 (2019), págs. 15-32. ISSN: 0167-6393.
- [28] Geoffrey E. Hinton, Simon Osindero y Yee-Whye Teh. “A Fast Learning Algorithm for Deep Belief Nets”. En: *Neural Computation* 18.7 (jul. de 2006), págs. 1527-1554.
- [29] Thomas Plötz y Gernot A Fink. *Markov Models for handwriting recognition*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [30] Denis F Wolf y col. “Autonomous terrain mapping and classification using hidden markov models”. En: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2005, págs. 2026-2031.

-
- [31] Jesus Savage y col. “Map representation using hidden markov models for mobile robot localization”. En: *MATEC Web of Conferences*. Vol. 161. EDP Sciences. 2018, pág. 03011.
 - [32] Wataru Takano y col. “Primitive communication based on motion recognition and generation with hierarchical mimesis model”. En: *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006*. IEEE. 2006, págs. 3602-3609.
 - [33] J Kleine Deters e Yves Rybarczyk. “Hidden Markov Model approach for the assessment of tele-rehabilitation exercises”. En: *International Journal of Artificial Intelligence* 16.1 (2018), págs. 1-19.
 - [34] Joonbum Bae y Masayoshi Tomizuka. “Gait phase analysis based on a Hidden Markov Model”. En: *Mechatronics* 21.6 (2011), págs. 961-970. ISSN: 0957-4158.
 - [35] Ferhat Attal y col. “Human Gait Phase Recognition using a Hidden Markov Model Framework”. En: *2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2020, págs. 10299-10304.
 - [36] Long Liu y col. “Ambulatory Human Gait Phase Detection Using Wearable Inertial Sensors and Hidden Markov Model”. En: *Sensors* 21.4 (2021), pág. 1347.
 - [37] Fang Peng y col. “Locomotion Prediction for Lower Limb Prostheses in Complex Environments via sEMG and Inertial Sensors”. En: *Complexity* (2020).
 - [38] Przemyslaw Dymarski. *Hidden Markov models: Theory and applications*. BoD—Books on Demand, 2011.
 - [39] G David Forney Jr. “The viterbi algorithm: A personal history”. En: *arXiv preprint cs/0504020* (2005).
 - [40] Siddhartha Khandelwal y Nicholas Wickström. “Evaluation of the performance of accelerometer-based gait event detection algorithms in different real-world scenarios using the MAREA gait database”. En: *Gait Posture* 51 (2017), págs. 84-90.

-
- [41] Wiebren Zijlstra y At L Hof. “Assessment of spatio-temporal gait parameters from trunk accelerations during human walking”. En: *Gait & posture* 18.2 (2003), págs. 1-10.
- [42] J. Sueur, T. Aubin y C. Simonis. “Seewave: a free modular tool for sound analysis and synthesis”. En: *Bioacoustics* 18 (2008), págs. 213-226.
- [43] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria, 2020. URL: <https://www.R-project.org/>.
- [44] Ingmar Visser y Maarten Speekenbrink. “depmixS4: An R Package for Hidden Markov Models”. En: *Journal of Statistical Software* 36.7 (2010), págs. 1-21. URL: <https://www.jstatsoft.org/v36/i07/>.
- [45] Roberto A. Cardenas-Ovando, Julieta Noguez y Claudia Rangel-Escareno. *RcppHMM: Rcpp Hidden Markov Model*. R package version 1.2.2. 2017. URL: <https://CRAN.R-project.org/package=RcppHMM>.
- [46] Gernot A Fink. *Markov models for pattern recognition: from theory to applications*. Springer Science & Business Media, 2014.